VII - LA NOTION DE CONSONANCE

"Je doute, donc je pense, donc je suis."

1. UNE NOTION DIFFICILE À DÉFINIR

Deux sons sont consonants (ou forment un intervalle juste) s'ils sont confondus (ou presque) lorsqu'ils sont exécutés simultanément, c'est-à-dire s'ils donnent l'impression d'un son unique. Cela donne la sensation de quelque chose d'agréable et de reposant, ça peut marquer la fin d'une mélodie et ça n'a donc pas besoin d'être résolu (***http://fr.wikipedia.org/wiki/Consonance***).

Il n'y a pas de formule mathématique pour définir la consonance, ce qui fait que les théoriciens de la musique et les physiciens en ont débattu pendant plusieurs siècles.

L'exemple le plus évident est celui de l'octave, mais il y en a d'autres. Considérons une note de référence, Do1 par exemple; plusieurs sons résonnent bien avec Do1. On peut les trouver uniquement à l'oreille sur les touches d'un piano : Do2, Do3, Do4 et on peut même aller jusqu'à Do5 (au-delà, ça devient trop aigu), Sol2, Sol3 et ainsi de suite. On se sert d'ailleurs de ces 2 intervalles (octave et quinte) pour accorder les différentes cordes d'un instrument.

On parle aussi d'intervalle naturel (pur ou parfait comme disent les anglo-saxons).

L'effet inverse est la dissonance.

D'après d'Alembert : "La raison qui rend la dissonance désagréable, c'est que les sons qui la forment ne se confondent nullement à l'oreille, et sont entendus par elle comme deux sons distincts, quoique frappés à la fois".

La consonance, telle qu'on vient de la définir, est une grandeur à la fois relative et subjective, un intervalle peut-être consonant ou dissonant selon la période ou le style de musique, selon la personne (goût, âge et éducation) et selon le peuple (région, culture et histoire) [1]. Des tests humains doivent être la base de tout classement,

[1] "La justesse, phénomène essentiellement culturel", titre la Conclusion de la 2e Partie du livre de S. Cordier, ***"Piano bien-tempéré…"*** [18].

mais il ne faut pas oublier que derrière ces tests il y a toujours une composante psycho-acoustique (Stumpf, *Tonpsychologie*, 2 volumes, Hirtzel, Leipzig, 1883 et 1890) difficile voire impossible à cerner. Le physicien et physiologiste Helmholtz [8] est le premier à essayer de trouver une explication scientifique ; on lui attribue généralement le fait que la dissonance a son origine dans les sons partiels mais en vérité c'est Rameau qui a eu le premier cette idée.

2. LES RAPPORTS DE CONSONANCE

Les différents harmoniques ont, avec le fondamental (ou la tonique), des rapports de 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, etc. (chap III, § 2). Pour des raisons faciles à comprendre, les théoriciens de la musique préfèrent travailler à l'intérieur d'une seule octave, ce qui revient à diviser chaque fréquence harmonique plusieurs fois par 2 jusqu'à obtenir un ensemble de fréquences comprises entre la tonique et l'octave ou des rapports entre 1 et 2 : Sol est désigné par la fraction 3/2, Mi (naturel) par 5/4, Ré par 9/8, etc.

Certaines fractions ont d'autres origines :

– 4/3 qui désigne Fa est le renversement de 3/2.
– 6/5=1,2 est affectée au Mib puisque 6/5 est très proche de la valeur 1,185 provenant de l'échelle de Pythagore.
– la septième dite harmonique, très proche de la septième mineure, a été introduite par Huygens et a un rapport de 7/4.

Les théoriciens ont toujours été fascinés par ces fractions; le manque de rigueur a amené les anciens à les confondre avec les harmoniques (Annexe VIII), ce qui est faux, et les contemporains ont continué dans la même voie.

Pendant tout le Moyen Âge et jusqu'à 1500 environ, et bien qu'on n'ait jamais osé mettre en cause l'échelle de Pythagore, l'idée de consonance et sa relation avec des rapports simples était omniprésente. Mais c'est quoi la définition d'un rapport simple et quelle est sa relation avec un intervalle juste ? Ce n'est pas du tout facile de répondre. Prenons l'exemple de la septième (majeure). Plusieurs valeurs peuvent la représenter :

15/8 = 1,875 de Zarlino (chap. IX), 13/7 ≈ 1,857 de Vicentino [19], 243/128 ≈ 1,898 de Pythagore (chap. V), et pourquoi pas 17/9 ≈ 1,889 ou 24/13 ≈ 1,846 ou 28/15 ≈ 1,867 ?

Ces six fractions désignent pratiquement le même intervalle [1], est-ce que les plus simples 13/7 ou 15/8 sont meilleures que 243/128? Elles sont toutes très proches, et leur moyenne est ≈ 1,866. L'oreille humaine n'est pas capable de distinguer entre ces six fractions, elle est peut-être incapable de reconnaître une fraction, et Rameau et d'Alembert sont du même avis [20].

[1] Un autre exemple sera traité au chapitre XII, § 3.

Les intervalles les plus mentionnés par les théoriciens.

P : Pythagore - Z : Zarlino - V : Vincentino - H : Huygens - F : Al-Farabi

Intervalle	Rapport	Étendue en cents
Demi-ton chrom. (Z)	25/24	70,7
Limma ou demi-ton diaton. (P)	256/243	90,2
		100
Demi-ton diaton. (Z)	16/15	111,7
Apotome ou demi-ton chrom. (P)	2187/2048	113,7
Ton mineur	10/9	182,4
		200
Ton (majeur) ou seconde majeure	9/8	203,9
Tierce mineure (P)	32/27	294,1
		300
Tierce mineure (Z)	6/5	315,6
Tierce médiane (F)	27/22	354,5
Tierce naturelle (juste)	5/4	386,3
		400
Quarte juste	4/3	498,0
		500
Onzième harmonique (note X, III, § 2)	11/8	551,3
Triton (Z)	45/32	590,2
		600
Quinte juste	3/2	702,0
Quinte augmentée (Z)	25/16	772,6
Sixte mineure (P)	128/81	792,2
		800
Sixte mineure (Z)	8/5	813,7
Sixte majeure	5/3	884,4
		900
Sixte majeure (P)	27/16	905,9
Sixte augmentée (Z)	125/72	955,0
Septième harmonique (H)	7/4	968,8
Septième mineure (P)	16/9	996,1
		1000
Septième mineure (Z)	9/5	1017,6
Septième majeure (V)	13/7	1071,7
Septième majeure (Z)	15/8	1088,3
		1100
Septième majeure (P)	243/128	1109,8
Octave	2/1	**1200**

Le problème est sans doute plus complexe. Pourquoi un nombre irrationnel [1] ne peut pas représenter une consonance ? Toutes les fractions citées ci-dessus sont comprises entre racine(3,4) ≈ 1,844 et racine(3,6) ≈ 1,897 et peuvent donc être approximées par racine(3,5) ≈ 1,871 qui est identique à 1,866 à 2 ou 3 pour mille près. Les systèmes tempérés et irréguliers (chap. X) du Baroque contenaient sûrement des intervalles irrationnels, le Système Égal (chap. XI) contient seulement l'intervalle "racine douzième de 2" ($2^{1/12}$) et ses multiples et sa 7e majeure est de $2^{11/12}$.

Si on se limite à la théorie des rapports simples, les 13 premiers devraient être, dans l'ordre :

2/1	3/2	4/3	5/3	5/4	6/5 ou 7/4	7/5	7/6 ou 8/5	9/5	9/7	9/8

Théorie de la Coïncidence des Coups

Si dans le fond elle s'appuie sur la même idée que les rapports simples, cette théorie a donné lieu à des tergiversations mathématiciennes (arithmétiques, plus exactement) dignes du Siècle des Lumières et qui ne sont plus justifiées de nos jours. Des sites Internet (francophones) continuent à faire sa promotion, mais s'ils parviennent à classer d'une manière fiable des intervalles tels que 15/8, 13/7, 243/128, racine(3,5) et $2^{11/12}$, c'est que leur théorie mérite qu'on s'y intéresse.

Plusieurs auteurs anciens s'y sont intéressés : Descartes (***Compendium musicae***) [21], Mersenne [22], Leibniz [23] , Euler [24], et d'autres.

---

[1] Les nombres rationnels (ratio= rapport) sont ceux qu'on peut écrire sous la forme d'une fraction p/q , avec p et q entiers (q peut-être égal à 1). Vous avez plusieurs exemples dans ce paragraphe. Un nombre décimal est un rationnel : 1,2345 = 12345/10000, une racine exacte aussi : $\sqrt{16} = 4$.

Les nombres irrationnels, qualifiés de sourds par les anciens, sont ceux qu'on ne peut pas mettre sous cette forme p/q. Ce sont donc par exemple les racines non exactes $\sqrt{5} \approx 2,2361$ mais aussi des nombres connus des mathématiciens :

$\pi \approx 3,14159...$

$\varepsilon \approx 2,71828...$

$\gamma \approx 0,577216...$ (constante d'Euler)

3. REPÈRES HISTORIQUES

Chez les anciens grecs le (double-)tétracorde servait à construire les différents modes (genres) et leur lyre contenait 2 tétracordes: le premier avec Do et Fa et le deuxième avec Sol et Do comme cordes de hauteur fixe. Les cordes entre Do et Fa d'accordage variable avaient des rapports compris entre 1/1 et 4/3; mais la plupart était de la forme (n+1)/n et donnait alors différents modes tels que: enharmonique, chromatique, diatonique, etc. (voir chap. XVIII). C'est le genre diatonique qui va dominer (grâce au Cycle des Quintes) et donner naissance à la série des 7 anciens modes du Moyen Âge.

La 2e voix du Chant Grégorien est instaurée au Xe siècle, avec la quinte et (son renversement) la quarte par la suite, les seuls intervalles considérés alors comme justes. Plus tard, entre le XIIe et le XIVe siècle on a introduit progressivement d'autres intervalles pour les besoins de la Polyphonie, en particulier la tierce majeure (et son renversement la sixte mineure). La quarte était alors reléguée à un second plan.

À l'époque Baroque, les théoriciens de la musique, bien qu'ils ne disposaient pas d'un critère scientifique ou d'une définition mathématique, ont réussi à repérer certains intervalles justes et même à les classer; et l'on commençait déjà à mettre en cause la quarte.

Mersenne (1636), moine de son état, s'est beaucoup investi dans l'étude du son et a rédigé un énorme ouvrage de plusieurs volumes sur ce sujet [22]. Malgré ses efforts louables, ses explications théoriques sont tâchées de métaphysique. Mersenne n'est pas parvenu à trancher le problème de la quarte (§ 6). Il reconnaît qu'elle a un rapport (4/3) plus simple que ceux des deux tierces (5/4 et 6/5) mais qu'elle était moins appréciée par les musiciens, et il classe les intervalles selon deux critères : selon leur degré d'appréciation par l'oreille (I) et selon la simplicité de leur rapport (II) :

I : 2/1, 3/2, 5/4, 6/5, 5/3, 8/5, 4/3
II : 2/1, 3/2, 4/3, 5/3, 5/4, 6/5, 8/5

Le philosophe et mathématicien Leibniz [23, p146] (1710) a dressé un classement où la quarte n'occupe pas une bonne place :

2/1, 5/3 , 8/5, 3/2, 4/3, 5/4, 6/5, 9/8, 10/9, 16/15, 25/24

Le physicien Huygens [25] (1724) a conçu un système de 31 tons, comprenant la septième harmonique 7/4 qu'il a rajoutée à l'accord parfait (majeur).

Dans son *Tentamen* [24], le mathématicien Euler (1739) a étudié les intervalles justes d'un point de vue arithmétique et a essayé de les classer selon un degré de douceur [*suavitatis gradum*], difficile à définir. Il a traité plusieurs exemples et les a classés, mais n'a pas donné une formule générale ou du moins une démonstration claire :

2/1, 3/2, 4/3, 5/3, 5/4, 6/5, 8/5, 9/8, 7/4, 9/5, 7/6, 8/7, 10/9

Le compositeur Rameau (1752) était aussi un grand théoricien (Annexe I), il a rédigé plusieurs ouvrages sur l'Harmonie. Soutenu par l'encyclopédiste d'Alembert, il a reconnu [20] uniquement les harmoniques comme consonances, rejetant tous les autres rapports; il n'avait pas complètement tort.

Le physicien et physiologiste Helmholtz [8] (1863), considéré comme une autorité dans le domaine de l'Acoustique et de l'Harmonie, était le premier à avoir introduit les partiels pour évaluer la consonance (§ 7-8).



Statue de J.-Ph Rameau à Dijon

4. LES RAPPORTS SUPERPARTIELS OU SUPERPARTICULIERS

Ce sont les nombres de la forme (n+1)/n. A la suite d'une traduction de l'anglais, ils sont actuellement désignés par le terme "Superparticulier", alors que les francophones disaient plutôt "Superpartiel" (ou épimore) puisque le nombre

$$(n+1) / n \quad = \quad \mathbf{1} + 1/n$$

est égal à une unité plus une partie de l'unité, donc une superpartie. On peut remarquer au passage que tous les nombres de la forme p/q tels que p et q entiers et tels que $1 < p/q < 2$ sont égaux à l'unité plus une partie de l'unité (par exemple : 5/3 = 1+2/3).

Ces nombres ont toujours été présents dans la musique : 3/2 et 4/3 en particulier, sans oublier 2/1. Dans l'Antiquité, les rapports des cordes variables de la lyre grecque étaient presque tous de cette forme (9/8, 10/9, 16/15, etc.). Boèce, un politicien qui a vécu autour de 500 et qui a trempé dans divers domaines de la Connaissance (théologie, architecture, musique, etc.), a été pendant longtemps une référence pour les théoriciens du Moyen-Age. Il a relancé l'idée des nombres superparticuliers pour des raisons d'esthétique générale : il appréciait les figures géométriques dont les dimensions étaient dans les proportions 2-1, 3-2, 4-3, etc.[1]

Euclide, dont le livre *Division du monocorde* [2] est toujours cité par les théoriciens, a bien dit :

"aussi est-il naturel que les consonances répondent soit à un **rapport multiple**, soit à un rapport superpartiel",

Le fait que ces fractions simples coïncidaient avec les (premières) notes de la gamme qualifiée de juste (chap. IX) était à l'origine d'une idée très répandue et plus ou moins admise depuis la Renaissance, idée très discutable du point de vue acoustique, qui veut que les intervalles justes aient des rapports de fréquences simples et de préférence de la forme (n+1)/n.

[1] De nos jours on évoque le nombre d'or (ou section dorée). Si a et b sont les 2 parties d'une grandeur P avec b>a, on admet que la proportion la plus esthétique est indiquée par : b/a = P/b donc = (a+b)/b = a/b + 1
Si on appelle x=b/a, a/b=1/x, on a alors $x - 1/x - 1 = 0$ ou $x^2 - x - 1 = 0$. La solution de cette équation du second degré est (Programme de Seconde Générale) :

$$x = \frac{(1 + \sqrt{5})}{2} \approx 1{,}618$$

Le papier format A4 que je trouve bien proportionné a des dimensions qui vérifient la relation 29,7/21 = 1,4142857 = $\sqrt{2}$. Est-ce que $\sqrt{2}$ est le vrai nombre d'or ?

5. TROP D'INTERVALLES CONSONANTS

Les intervalles “consonants” les plus courants sont :

2/1 (octave), 3/2 (quinte juste), 4/3 (quarte juste), 5/4 (tierce majeure), 6/5 (tierce mineure), 8/5 (sixte mineure), 5/3 (sixte majeure)

Les défenseurs de l'Intonation Juste (chap. IX) ne donnent pas de définition (à eux) pour distinguer entre intervalles majeur et mineur. Il faut signaler aussi que cette notion de majeur et mineur est propre à la culture ouest-européenne et n'a aucun fondement acoustique !

7/6 et 8/7 : non seulement on ne les explique pas, mais à part Vicentino dans sa gamme [19] de 31 notes (et l'excentrique H. Partch, chap. XIV) personne ne les évoque. On aurait dû s'y intéresser de plus près: voici 2 intervalles, de rapports p/q avec p et q nombres entiers relativement petits, répondant à la définition de rapport superparticulier mais qui ne sont jamais exploités ! Par contre on utilise 9/8 et 10/9 pour le ton, et même 16/15 ou 25/24 pour le demi-ton !

9/8 et 10/9 désignent tous deux le “ton” (ou seconde majeure), leur écart est de 1,0125 (21,5 cents ou comma syntonique), ce qui n'a pas empêché de les affecter à un même intervalle “ton” en qualifiant l'un de majeur et l'autre de mineur !

11/10, 12/11 et les suivants de la forme (n+1)/n ne sont jamais mentionnés (hormis 16/15 et 25/24).

Par contre on trouve (voir Tableau) des intervalles “justes” qui ne sont pas de la forme (n+1)/n : 5/3 ou 27/16 (sixte majeure), 8/5 (sixte mineure), 13/7 ou 15/8 (septième majeure), 9/5 ou 16/9 (septième mineure), alors que d'autres, plus sympathiques, sont écartés (exemple 7/5).

On veut bien admettre que certains de ces intervalles doivent figurer dans l'échelle musicale, mais les autres ? et ils sont nombreux à l'intérieur d'une octave. La gamme de Vicentino en contient 31, parmi lesquels combien faut-il prendre pour construire une échelle ? Personne n'a jamais donné de règle. Il y a donc trop d'intervalles “consonants” : Vicentino ne cite que 31 fractions comprises entre 1 et 2, il emploie tout de même des nombres p ou q qui vont jusqu'à 160. On peut trouver d'autres exemples, il suffit de se fixer une limite, prenons 100. Le nombre de fractions de la forme p/q, telles que p et q soient compris tous deux entre 1 et 100 et telles que p/q soit compris ente 1 et 2, est très élevé.

Un choix s'impose, mais sur quels critères peut-on sélectionner un nombre réduit de ces intervalles pour construire une échelle ? Et d'ailleurs ce nombre, c'est lequel ? 7, 12, 17, 19... ?.

6. LE PARADOXE DE LA QUARTE

Le problème de la quarte est assez significatif : bien qu'elle ait un rapport très simple, de la forme (n+1)/n, sa consonance a très souvent été contestée tout au long de l'Histoire. Voici quelques témoignages :

Mersenne M. dans sa célèbre ***Harmonie universelle*** [22] : "ie dis que la Quarte doit paroistre moins bonne que la Tierce majeure". C'est pour cette raison qu'il a été amené à établir 2 listes d'intervalles (§ 3).

"Également la quarte, considérée par Boèce comme une consonance, était traitée comme une dissonance" (Likewise the fourth, considered by Boethius a consonance, was treated as a dissonance), Alves B. dans la revue ***Just Intonation*** [26], c'est le comble.

"Nous laissons de côté ici la question proprement esthétique du statut harmonique de la quarte, souvent prétendu moins bon que celui des tierces ", Bailhache [27].

Danhauser A., dans son livre [12] largement utilisé dans les Conservatoires, place la quarte après les 2 tierces et les 2 sixtes majeures et mineures (p 42).

Dans un excellent livre sur le langage musical [28], à plusieurs reprises, Annie Coeurdevey exprime la dissonance de la quarte. J'ai choisi 2 exemples :

– dissonance : les deux secondes, la quarte, la quarte augmentée ou quinte diminuée, les deux septièmes (p 29)
– ..., une dissonance (de seconde, quarte, septième ou neuvième) peut se produire sur un temps fort (p 34)

D'après J.-J. Rousseau [29] :

"Le principe fondamental de la gamme complète consiste dans la détermination des rapports des sons par la combinaison de la juste tierce majeure et de la juste quinte qui sont les accords les plus consonants."

D'après la synthèse du traducteur du ***Compendium musicae*** de Descartes [22] [1] : "Puis une expérience met en évidence que la quarte n'a pas les propriétés de la tierce et de la quinte dans l'effet de résonance", dans la Présentation, p. 6, et "La quarte, consonance parfaite des théoriciens anciens, se trouve en effet disqualifiée au profit du diton, ou tierce majeure", dans la Présentation, p. 13.

"Même si la place de la quarte est contestée pour des raisons historiques", L. Fichet dans ***Les théories scientifiques de la musique*** [30, p. 335]. On évoque trop souvent ces "raisons historiques" sans plus de précisions. C'est plutôt l'inverse, elle a été acceptée pour des raisons historiques, remontant à Boèce et même à l'Antiquité.

Le meilleur témoignage est celui de Rameau/d'Alembert qui n'ont jamais admis la quarte au sein des intervalles consonants [20].

[1] Voir le livre de Brigitte van Wymeersch : ***Descartes et l'évolution de l'esthétique musicale***, Mardaga, 1999, ou "***http://www.entretemps.asso.fr/Nicolas/TextesNic/Descartes.html***".

	CONSONANTIÆ SIMPLICES.	COMPOSITÆ PRIMÆ.	COMPOSITÆ SECUNDÆ.
Octavæ.	1/2	1/4	1/8
Quintæ.	2/3	1/3	1/6
Ditoni.	4/5	2/5	1/5
Quartæ.	3/4	3/8	3/16
Sextæ majores.	3/5	3/10	3/20
Tertiæ minores.	5/6	5/12	5/24
Sextæ minores.	5/8	5/16	5/32

*Descartes a classé la quarte 4/3 après la tierce 5/4. Tableau pris dans son livre "**Compendium musicae**", 1618. L'auteur constate, 4 siècles plus tard, que contrairement à beaucoup de théoriciens, Descartes avait bien raison.*

7. SONS MUSICAUX RÉELS

Le classement des 13 premiers rapports simples (§ 2) peut être accepté, mais il devrait être applicable uniquement aux sons sinusoïdaux purs (chap. III, § 1). Dans ce cas, la quarte doit être placée immédiatement après la quinte. Mais la présence des harmoniques (chap. III, § 2-3) rend quaduc ce raisonnement.

Un son musical n'est jamais sinusoïdal pur : lorsqu'un instrument exécute un son de fréquence f, d'autres sons de faibles amplitudes sont émis en même temps, ce sont ses harmoniques (ou partiels) dont les fréquences sont multiples entiers de f (la cloche est un cas à part, chap III, § 5).

L'expression globale d'un tel son est alors

$$A\times\sin(f\times t) + B\times\sin(2f\times t) + C\times\sin(3f\times t) + D\times\sin(4f\times t) + \dots$$

Les coefficients d'amplitude A, B, C, D, etc., varient selon l'instrument, et le spectre (timbre) ainsi obtenu présente des bandes ou "formants" (chap. III, § 3), dont il faut tenir compte.

Pour être plus rigoureux, ces harmoniques 2f, 3f, 4f, etc., étant aussi solutions de l'équation de la corde vibrante, toute combinaison (somme, différence...) est aussi solution. Après un petit calcul faisant appel à des formules de trigonométrie élémentaire, on obtient d'autres termes (harmoniques de second ordre) qui doivent théoriquement figurer aussi dans l'expression ci-dessus, et de fréquences 3f/2, 5f/4, 7f/4, 9f/8, etc. En pratique, ces derniers sont très faibles et on peut les négliger.

En conclusion, lorsque 2 sons sont exécutés simultanément, on entendra aussi leurs partiels respectifs, cela fait beaucoup de partiels qui vont s'ajouter. Un phénomène de battements (chap. II, § 5) va apparaître entre fréquences voisines (rapport inférieur à 10 %) et ce sera difficile de prévoir si le son résultant sera agréable à l'oreille ou pas.

8. ASPECT "GRAPHIQUE" DE LA CONSONANCE

N'importe quel phénomène sonore peut être représenté graphiquement (chap. III, § 1). Dans le cas qui nous intéresse ici, il s'agit de la somme de deux (ou plusieurs) notes exécutées simultanément, avec leurs partiels.

Un intervalle juste étant la distance entre 2 notes accordées de telle sorte que le son résultant soit agréable et harmonieux, comment peut-on voir cela d'un point de vue acoustique ou mathématique ? A notre avis, le secret réside dans sa courbe : si elle est belle, régulière, d'un aspect sympathique, assez proche d'une sinusoïde (sans pics aigus et isolés), c'est qu'il y a consonance ; et plus régulière est la courbe, meilleure est la consonance. Les anglo-saxons emploient le terme "smoothness" qui exprime bien cette idée, son opposé "roughness" pouvant être approximé par le terme physique "distorsion".

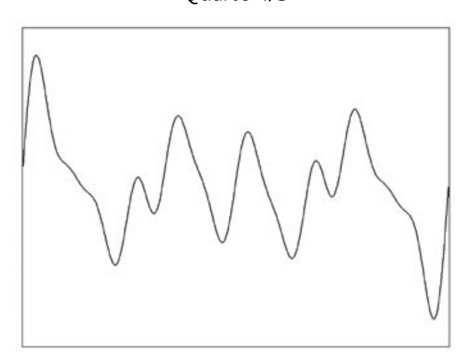
Pour évaluer la consonance, les anciens théoriciens se sont toujours basés sur le rapport (1er facteur) des 2 sons (3/2, 5/4, etc.) ; les intervalles qui ont les rapports les plus simples sont en principe les plus consonants. Depuis Helmholtz (1863), on a essayé de tenir compte du spectre (timbre) de chacun des 2 sons en incluant l'effet de leurs harmoniques (partiels) respectifs (2e facteur). Les deux facteurs apportent chacun sa part de déformations (distorsions).

1. Il est vrai que, pour des sons purs (sinusoïdaux), la simplicité des rapports d'intervalle est directement liée à la régularité de la courbe : la combinaison de deux sons est donc plus agréable selon que le rapport de leurs fréquences est 3/2 (quinte juste) ou 45/32 (triton ou *diabolus in musica*).

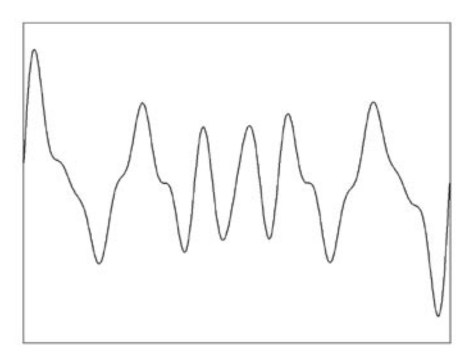
2. Tenir compte du timbre revient à appliquer le 1er facteur aux harmoniques (et ils sont nombreux) de chacun des 2 sons.

Pour des sons sinusoïdaux purs, le classement des intervalles justes les plus courants, d'après l'examen visuel de leurs courbes, peut-être le suivant : 3/2, 4/3, 5/4, 6/5, etc.

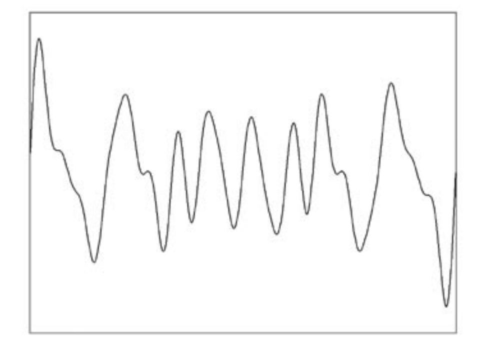
Quarte 4/3



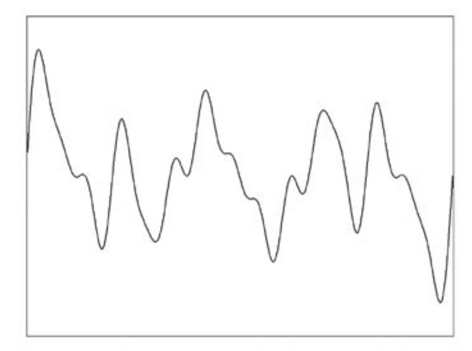
Tierce naturelle 5/4



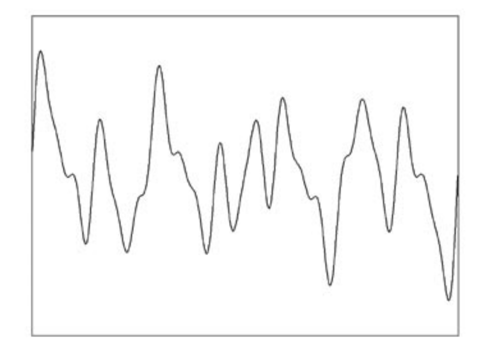
Tierce mineure 6/5



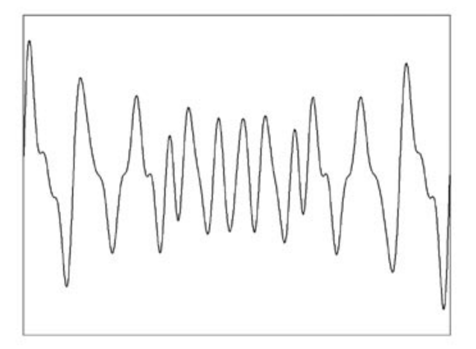
Sixte majeure 5/3



Septième harmonique 7/4



Ton ou seconde majeure 9/8



Pour des sons réels non-sinusoïdaux, c'est plus compliqué. Nous avons comparé les intervalles les plus courants : quarte (4/3), tierce naturelle (5/4), tierce mineure (6/5), sixte majeure (5/3), septième harmonique (7/4), etc., avec A=1, B=0,7 et C=0,4. La valeur exacte de la fréquence f n'a pas d'importance, l'échelle des abscisses (axe horizontal) correspond à la période de chaque intervalle.

Mettant de côté l'incontestable quinte, la courbe la plus sympathique est celle de la tierce naturelle 5/4, avec 6 sinusoïdes à peu près non déformées. Vient ensuite la tierce mineure 6/5, avec 8 sinusoïdes, et où on peut déceler le début d'un minuscule pic latéral. Les deux ont un aspect assez régulier (smooth), et cela répond bien au critère énoncé d'une bonne consonance.

La quarte 4/3 est nettement moins bonne, avec 4 maxima principaux et 2 latéraux, cela n'est sans doute pas très agréable à l'oreille, et ça explique pourquoi depuis la nuit des temps la quarte, qui doit être théoriquement juste, a toujours été mal appréciée par les musiciens. Le spectre d'un instrument a une grande influence sur la consonance, tous les intervalles sont certes affectés mais c'est la quarte qui est la plus altérée ("Paradoxe de la Quarte", § 6). Ceci est dû au fait qu'elle ne dérive pas d'un vrai harmonique à l'instar de la 3ce et de la 5te (voir chap. III, fin de § 2, et Annexe VIII sur l'Imborglio des harmoniques).

La sixte majeure 5/3 est plutôt bonne, et la septième naturelle 7/4 n'est pas mauvaise (la seconde majeure 9/8 non plus et mérite qu'on s'y intéresse davantage). Nous concluons que le classement théorique des meilleures consonances est le suivant :

2/1	3/2	5/4	6/5	4/3	5/3	7/4

L'absence de critère mathématique, rajoutée à l'influence du timbre, fait qu'il est difficile de faire un classement théorique crédible au delà de ces 7 intervalles.

Remarque :

Je tiens à signaler que j'ai effectué des expériences sur des élèves du Conservatoire afin d'évaluer le degré de consonance des intervalles mentionnés ci-dessus. Ce sont des études statistiques qui consistent à les comparer, deux à la fois. Le résultat final est, en gros, en concordance avec le tableau, auquel il faudrait rajouter la seconde majeure 9/8.

9. THÉORIE DE LA BANDE CRITIQUE

La théorie de la Bande Critique a été développée par Plomp et Levelt [31] pour tenir compte des partiels (d'après les idées de Helmholtz et de Rameau). Sans vraiment contester le premier facteur (§ 8), elle se base sur le 2e en se concentrant sur le calcul des Battements dûs à des partiels "adjacents". Leur article (dans une revue destinée pourtant à des scientifiques) ne précise pas la manière de faire ce calcul [31, p. 555, 2e colonne], alors qu'il explique tous les détails même les plus futiles de la procédure d'expérimentation.

Dans le fond, P & L n'apportent pas grand-chose aux résultats de Helmholtz. Ce dernier dit [31, p. 554] qu'un écart de 30 à 40 Hz génère un maximum de "distorsion" dans un domaine de fréquences allant de 500 à 1000 Hz, cela donne un écart relatif en gros de l'ordre de 5 à 10 %, et c'est dans ces environs-là où l'effet des Battements est le plus important (maximum de dissonance). 5 et 10 % représentent approximativement un demi-ton et un ton (voir Annexe IV sur les Battements). Pour des notes plus aiguës (fréquences plus grandes), il est évident que cette Bande Critique de 30 à 40 Hz devra être revue à la hausse. En définitive (et cela est confirmé par l'expérience), les Battements ont bien lieu lorsque l'écart des 2 fréquences est inférieur à 10%, le ton (entre 1,125 et 1,1225) n'est donc pas concerné.

D'après cette théorie, si l'écart augmente, la dissonance va diminuer : les deux sons émis simultanément vont fusionner et tout va s'arranger. En réalité, le son résultant (au-delà d'un écart de 10 %), même sans partiels, aura une courbe moins régulière qu'un son pur, et sa forme va prendre des aspects différents tout en restant proche d'une sinusoïde déformée, et cela dépend principalement du rapport des deux fréquences, chose que néglige la théorie de la Bande Critique [32]. Expliquons cela :

Prenons deux sons purs (sans harmoniques), l'un fixe de 300 Hz (X_0, proche de Ré) et pris comme référence et l'autre variable (X) à partir de cette même valeur 300 Hz. Tant que l'écart de X avec la référence est inférieur à une trentaine de Hz, il y a dissonance. Mais si X dépasse une certaine valeur, d'après Pierce, Plomp, Levelt et leur théorie il y aura toujours consonance, ce qui est en complète contradiction avec la notion de rapport simple puisque X/X_0 va prendre plusieurs valeurs (6/5... 5/4 et 81/64... 4/3... 45/32... 3/2... 9/5, etc.) dont la plupart ne coïncidera pas avec un rapport simple et sera a priori dissonante.

Dans le cas de deux sons réels (avec harmoniques), le problème se complique sérieusement. D'après P & L la dissonance est due aux Battements de leurs partiels "adjacents", alors qu'ils restent très discrets sur leurs intensités relatives. Le rapport des fréquences, avec une priorité aux vrais harmoniques (Annexe VIII), sera toujours un élément fondamental, sans oublier des facteurs liés à la tradition, l'éducation, l'âge, et tout ce qui est éthno et psycho.

VIII - LES TEMPÉRAMENTS

1. DÉFINITION

L'objectif de ce chapitre n'est pas d'expliquer la construction des différents tempéraments de la musique occidentale (ils seront traités en détail chacun dans son chapitre respectif) mais d'expliquer la raison d'être (ou le fondement) d'un tempérament, et pourquoi il y en a plusieurs. Diverses raisons (musicales, historiques, culturelles, techniques, et acoustiques parfois mal maîtrisées) ont fait que les théoriciens ont utilisé dans le passé un grand nombre de tempéraments (plusieurs dizaines, peut-être plus d'une centaine) qui ont convergé vers celui du piano standard que vous connaissez tous.

Un tempérament est la manière de construire les différents intervalles de l'échelle musicale. Cela revient à définir et à évaluer les fréquences de chacune des 7 notes (+ les notes altérées), à intervalles plus ou moins réguliers. Des théoriciens ont élaboré des échelles de 17, 19, 24, 31 ou 43 degrés, et même plus, pour des raisons qu'on expliquera plus tard (chap. XII et XIV).

Le terme Tempérament (se dit *Temperatur* en allemand) vient du fait qu'on a essayé d'égaliser, ou du moins "tempérer" les intervalles d'une Echelle (chap. X), et sa racine est la même que Température. Ça signifiait au début la manière de tempérer (ou d'accorder) mais, avec le temps, ce terme a pris le dessus et a remplacé les autres (chap. XVIII) avec un sens orienté vers la manière de concevoir l'Echelle elle-même.

Rappelons que le ton déjà défini (chap. IV, § 4) comme la 6e division de l'octave peut avoir un sens plus général et désigner une unité quelconque, on parle alors de tempérament à 19 ou 31 tons.

Remarque :

Les français emploient trop souvent l'expression Gamme "Tempérée" pour une gamme où tous les intervalles sont égaux, alors que le terme approprié est "Égale" (§ 4-5). Les anglo-saxons ne commettent pas cette confusion.

2. LE SYSTÈME PYTHAGORICIEN

Le Système Universel élaboré en Mésopotamie mais accrédité par les européens à Pythagore est basé sur le "Cycle des Quintes". Il est resté le seul en vigueur jusqu'à la Renaissance. Il est composé d'intervalles égaux (de 2 sortes), donc transposable et modulable à volonté :

T, T , ½ , T, T, T, ½

Le Cycle des Quintes ne se referme jamais, c'est-à-dire on ne peut pas trouver deux nombres n et m tels que n quintes égalent m octaves (on parle alors de "Spirale des Quintes"). On a déjà vu que 12 quintes couvrent 7 octaves à un comma (ditonique) près. Si ce décalage est résorbé dans le clavier du piano par une très légère réduction des quintes, il était intolérable dans l'orgue et le clavecin de l'époque Baroque. Le résultat est que des notes a priori enharmoniques ne l'étaient pas, comme Sol# et Lab[1]. Mais c'est la question de la tierce (§ 3) qui a posé le plus de problèmes, elle était à l'origine de la conception de plusieurs tempéraments entre 1500 et 1900; les théoriciens ont essayé d'y remédier sans mettre en cause cette structure de 7 notes, comprenant 5 tons et 2 demi-tons. Rappelons quand même que le Système Égal, qui s'est imposé vers le milieu du XIXe siècle, a déjà été mentionné dès le XVIe siècle.

Les peuples du Moyen-Orient (arabes, perses,...) ont acquis ce système directement en Mésopotamie mais n'ont pris connaissance du formalisme théorique qu'à la suite de la traduction des ouvrages grecs au IXe siècle. L'absence de problèmes comme ceux apparus à la Renaissance européenne a fait que ce Système est resté le seul en usage jusqu'à nos jours en dépit de quelques légères améliorations qui ont favorisé la création d'un grand nombre de tonalités (chap. XVII).

3. LES TEMPÉRAMENTS "JUSTES"

Pendant le Moyen Âge, les musiciens ont développé la Polyphonie qui consistait à rajouter à la mélodie du Chant Grégorien d'autres voix dont les notes se trouvaient à des intervalles jugés consonants. On peut admettre pour simplifier que ça a commencé à prendre forme autour de l'an 1000. Au début l'écart entre notes verticales était soit la quinte (2e intervalle en degré de consonance après l'octave),

[1] Le problème du duo Sol# et Lab, troisièmes dans l'ordre des altérations, s'est posé dès le XVe siècle, et Ramis (chap IX, § 1) était le premier à proposer une échelle chromatique où on dissociait ces 2 notes.

soit son renversement la quarte. Ensuite, pour des raisons de style et d'esthétique, on a introduit progressivement la tierce (majeure) et son renversement la sixte. On arrive alors aux alentours de l'an 1500.

Si la quinte 3/2 ne posait aucun problème, la tierce pythagoricienne 81/64 (chap. V, § 4) n'était pas considérée comme un intervalle juste (chap. VII) et on a proposé le rapport 5/4. Il s'en est suivi une nouvelle conception de la notion de tempérament qui a abouti vers 1550 à la Gamme dite Juste (chap. IX). Cette conception harmonique qui veut qu'une échelle soit formée d'intervalles consonants (avec la tonique) est très louable, mais très difficile à mettre en pratique. De surcroît, elle se base sur une définition très controversée de la Consonance (chap VII), encore débattue de nos jours.

Le problème des intervalles verticaux semblait être résolu mais d'autres apparaissaient. Le plus fâcheux est que cette conception ait abouti à un tempérament dont les tons ne sont pas égaux (chap. IX), ce qui

– introduit un grand nombre de notes chromatiques,
– et rend la modulation et la transposition très difficiles.

En conséquence, la Gamme dite Juste (il en existait plusieurs sortes) était condamnée, d'ailleurs elle n'a pas duré longtemps.

4. LE TEMPÉRAMENT MÉSOTONIQUE

Le Mi pythagoricien est atteint après 4 cycles de quintes (Do-Sol-Ré-La-Mi) et sa hauteur est de 81/64 = 1,2656 ; il est plus élevé que le Mi juste (5/4=1,25) d'un comma syntonique de hauteur (81/64) ÷5/4 = 81/80 = 1,0125 ou 21,51 cents (environ un neuvième de ton). Toujours avec l'idée de rendre la tierce juste, la première version (chap. X, § 2) du tempérament mésotonique (à tons moyens) consiste à diluer ce comma entre ces 4 quintes, elles seront diminuées chacune d'un quart de comma. On obtient alors des tons égaux, une tierce juste, mais une quinte plus étroite d'un quart de comma que la quinte juste, ce qui reste très acceptable.

Pendant la Renaissance, la Polyphonie était le principal style de musique savante et l'emploi de la tierce y était prépondérant. Se posait alors la question cruciale du choix du tempérament. Fallait-il privilégier la quinte juste (Pythagore) ou la tierce juste (mésotonique). Sans compter avec les autres contraintes qui allaient venir, un ajustement (empirique) de ces 2 intervalles était à l'origine, pendant la période baroque et classique, d'un grand nombre de tempéraments dits tempérés ou irréguliers (chap. X, § 4-5).

Le tempérament mésotonique présente un autre défaut aussi important : quand on élargit de part et d'autres le Cycle des Quintes Fa-Do-Sol-Ré-La-Mi-Si, on obtient vers la droite Fa#, Do#, Sol# et vers la gauche Sib, Mib (voir chap. X, § 3, le

Clavier Standard). Or on démontre que l'intervalle Sol#-Mib [1] diffère d'environ 36 cents d'une quinte juste alors que le comma syntonique (chap IX) est de seulement 21,5 cents. La multiplication des touches a remédié partiellement à ce défaut, mais ça rendait les claviers peu maniables.

5. LE TEMPÉRAMENT ÉGAL (DUODÉCIMAL)

Si l'on peut considérer que le Tempérament Égal bénéficie d'une conception simple mais logique et rigoureuse, les musiciens ne l'ont pas vraiment choisi, il s'est imposé lui-même au fil des siècles (pour les détails, lire attentivement les chap. X et XI).

Ses premières traces remontent à la Renaissance (chap. XI, § 1) mais il n'a été adopté pour les claviers que vers 1800 environ et n'a réussi à s'imposer définitivement que vers 1850. Il consiste en une division égale (au sens logarithmique pour les fréquences, et linéaire pour les cents) de l'octave en 12 demi-tons égaux, ce qui semble tout naturel. L'octave peut se reproduire identiquement vers le haut ou vers le bas, parfaitement enharmonique. On dispose alors d'infinies possibilités de modulations et de transpositions avec un clavier très maniable, et de surcroît la quinte est (pratiquement) juste. Ça fait beaucoup d'avantages comparés au seul fait que sa tierce majeure n'est pas (très) juste : l'existence de tierces majeure, mineure ou même médiane (dans le blues nord-américain) permet de varier le teint (et le charme) de la mélodie. “Leurs consonances deviennent plus ou moins légèrement altérées, ce qui fait partie intégrante de leurs qualités esthétiques”, d'après “***http://fr.wikipedia.org/wiki/Consonance***”.

6. CRITÈRES DE COMPARAISON

Pendant plusieurs siècles (du XVe au XIXe) les compositeurs et les théoriciens étaient affrontés à la question du choix du tempérament. Il fallait bien trouver un équilibre entre différents impératifs :

– privilégier la quinte ou la tierce, bien que ceci relevait de la question de style et d'époque (Polyphonie)
– accepter le mésotonique, malgré le grand écart entre Sol# et Lab, sinon multiplier les touches
– pouvoir moduler et transposer librement, sans être gêné par la quinte des loups (chap. X)

[1] Ce n'est pas une quinte (comme j'ai vu quelque part), c'est une sixte diminuée.

– simplifier les choses et accepter le Tempérament Égal, malgré sa tierce jugée non consonante
– tenir compte du désir des violonistes qui préfèrent un demi-ton chromatique plus grand qu'un demi-ton diatonique (c'est-à-dire par exemple Fa# > Solb[1])

Par analogie avec le Système Pythagoricien qui se base sur la quinte, donc sur un rapport de 3/2 formé par les nombres (premiers) 2 et 3, certains se sont dits pourquoi pas un système se basant sur la tierce 5/4 et sur les nombres 2 et 5. On obtient ainsi un système construit d'une suite de tierces justes mais le cycle des tierces ne se referme pas lui non plus (l'écart entre une octave et 3 tierces est de 41 cents).

L'idée d'introduire la 7e harmonique (plus basse que la 7e mineure) a occupé les théoriciens pendant toute l'époque baroque (chap. XII), elle a été à l'origine de la division de l'octave en un nombre d'unités supérieur à 12 : 19 (Salinas), 31 (Huygens) et 43 (Sauveur).

Mise à part sa conception qui peut être discutable, un tempérament doit permettre de moduler et transposer librement, disposer de claviers maniables, et contenir une quinte la plus juste possible. Au cours de l'Histoire, on a imaginé un grand nombre de solutions. Un compromis est donc indispensable, il doit donner plus ou moins de poids à chacun de ces différents critères, selon l'époque, le style de musique et le type d'instrument.

7. D'AUTRES TEMPÉRAMENTS

J.M. Barbour [33], une autorité en la matière, considère le Tempérament Égal (chap. XI) comme le meilleur et le prend comme référence. C'est peut-être vrai pour la musique ouest-européenne qui n'a rien d'universel, mais un musicologue, lui, doit avoir un esprit universel. La musique arabo-orientale traditionnelle (arabe, turque, kurde, perse, etc.) par exemple, très riche et très développée, a une théorie fortement inspirée des travaux de l'Antiquité grecque et byzanto-romaine. Elle n'employait pas d'instrument à clavier, l'orchestre et même la composition se basent sur les instruments à cordes (luth en particulier). Un tempérament de type pythagoricien ou holderien (chap. XI) qui fait la distinction entre les demi-tons diatoniques et chromatiques serait plus approprié. Plus important encore, la musique arabo-orientale a adopté depuis très longtemps (début IXe siècle) une structure un peu différente, tout en restant heptatonique :

T, ¾ , ¾ , T, T, ¾ , ¾

[1] Pourquoi un Fa# devrait être plus haut qu'un Solb ? Dans le Tempérament Mésotonique (chap. X, § 3) c'est l'inverse puisque le demi-ton chromatique est plus petit que le demi-ton diatonique.

Les 4 premières du cycle des quintes (Fa-Do-Sol-Ré-La) sont conservées, les deux intervalles restant Ré-Fa et La-Do sont divisés en deux parties de ¾ de ton chacune, et le problème de la tierce est résolue (chap. XVII).

C'est la structure de base des tonalités arabo-orientales (l'intervalle de ¾ de ton, ajouté à une utilisation souple des altérations, a fourni un très grand nombre de tonalités, où parfois cohabitent des dièses et des bémols à la clé). L'existence de cette structure n'est pas un hasard, on la retrouve dans la musique noire américaine, elle porte le nom de "blues tonality", et l'intervalle T + ¾ T "bluesy third".

La gamme chinoise, au départ de type pythagoricien, s'est transformée pour devenir pentatonique :

T, T, 3/2, T, 3/2

La gamme pentatonique est très utilisée chez de nombreux peuples de la Planète (Afrique, Asie, Amérique, et même Europe). Chez les javanais et les siamois l'octave est divisée, respectivement, en 5 et 7 intervalles égaux.

La gamme indienne est divisée en 22 unités appelées shroutis et est très riche en tonalités.

Enfin, la gamme chromatique à 12 demi-tons a été très exploitée vers la fin du XIXe siècle, elle a été extrapolée ensuite à 24 quarts de ton dès les années 1920 par Alois Hába et Wyschnegradsky (chap. XIV, § 5).

8. LA MICRO-TONALITÉ

Une gamme à 7 degrés, c'est fort sympathique, même si la hauteur d'un limma (Mi-Fa et Si-Do) n'est pas exactement la moitié de celle d'un demi-ton. Le Tempérament Égal qui s'est imposé progressivement tout au long du XIXe siècle a simplifié le clavier en égalisant les limmas avec les demi-tons. On s'est retrouvé alors avec une échelle à 12 demi-tons tous égaux, mais ça n'a pas toujours été facile. Si au XVIe siècle Pietro Aaron a préféré baisser la quinte pour préserver la tierce naturelle, Salinas a eu l'idée de rajouter d'autres notes pour réaliser le même objectif, le résultat a été une échelle à 19 unités. C'est l'idée de Pietro Aaron qui a eu du succès et a abouti aux différents Tempéraments Mésotoniques, mais la 7e mineure était plus haute que la 7e harmonique (chap. XII, § 3). Les théoriciens de l'époque baroque ont alors été amenés à concevoir des tempéraments contenant un grand nombre d'unités : 31 (Huygens), 43 (Sauveur) et même 53 (Holder).

Un micro-ton est tout intervalle inférieur à un demi-ton et, d'une manière générale, on parle de Micro-tonalité lorsque la division de l'octave dépasse le nombre 12 [1]. Pour diverses raisons (la plus importante est la conception d'un clavier maniable), la Micro-tonalité n'a pas eu de succès, elle a même réussi à se faire oublier pendant plusieurs siècles. Elle est réapparue au début du XXe siècle lorsque des musiciens novateurs se sont sentis limités par le clavier standard duodécimal (chap. XIV).

9. TEMPÉRAMENT ET SUPPORT MATÉRIEL

La théorie musicale a toujours eu un support acoustique matériel, il suffit de se rappeler du monocorde (ou canon) qui a servi à Pythagore, à Euclide et aux autres grecs, de l'Archicembalo de Vicentino, de l'orgue du Baroque (mésotonique) à touches non enharmoniques (Sol# et Lab) et du piano (duodécimal). Les grecs de l'Antiquité ont essayé de développer une théorie élaborée mais leur unique instrument (la lyre à simple ou double tétracorde, sans caisse, une corde donnant un son unique) n'était pas performant et constituait alors un vrai obstacle. Les arabes (9e) ont exploité la théorie grecque et se sont aidés d'un support acoustique original bien qu'anodin à nos yeux : un instrument avec une caisse de résonance, un manche, et la possibilité pour les doigts de la main gauche de changer la longueur vibrante [2], ce qui génère plusieurs sons sur une seule corde. Leur théorie s'en est bien ressentie (chap. XVII). Notre musique à nous (époques classique et romantique) s'appuie sur un instrument à clavier qui permet une pratique merveilleuse, mais sa théorie, légataire du patrimoine grec, hélas s'est beaucoup simplifiée : c'est l'hégémonie des 2 modes (ou tonalités) majeur et mineur. Les tentatives pour étendre le champ modal (ou tonal ?!) ont commencé à partir du début du XXe siècle. Quelques œuvres, des chansons ou des thèmes de films font appel à des modes anciens mais ça n'intéresse plus les théoriciens. La mouvance sérialiste (chap. XIII) tout en gardant le même support, en l'occurrence le piano, s'est arrêtée vers la fin des années 50. D'autres tentatives font appel à des échelles de plus de 12 tons (Micro-tonalité, chap. XIV) mais l'absence d'un système micro-tonal standard a fait qu'aucun support n'a encore remplacé le piano duodécimal.

[1] La plus ancienne, d'origine orientale, a 17 degrés et date du XIIIe siècle (chap. XIV, § 2).

[2] Je ne me souviens pas avoir vu un instrument à caisse sur des dessins de l'Antiquité. Les grecs, malgré le niveau scientifique qu'avait atteint leur civilisation, n'avaient pas réussi à imaginer un instrument où on pouvait poser le doigt sur une corde pour en extraire plusieurs sons autres que celui à vide.



Francisco Salinas, un des plus grands théoriciens de la Renaissance.

IX - LA GAMME JUSTE

« L'intonation juste a de tout temps été considérée par certains comme une chimère ».
Olivier Bettens.

1. INTRODUCTION

Le Système Universel, basé sur le Cycle des Quintes (justes), était le seul en vigueur pendant tout le Moyen Âge. Il est formé des 7 notes de la gamme (heptatonique) fournies par la succession de 7 quintes dans l'ordre connu de tout apprenti musicien :

Fa, Do, Sol, Ré, La, Mi, Si

Cette série correspond aux 7 touches blanches du clavier, à partir desquelles on peut établir 7 modes différents, dits "modes anciens" (chap. XVIII). Tout cela sera bouleversé à la Renaissance.

Le Chant Grégorien du Moyen Âge s'est développé lentement pour aboutir à la Polyphonie qui a connu un grand essor pendant la Renaissance. Une harmonie entre les notes simultanées (verticales) était donc indispensable. L'utilisation progressive, entre le Xe et XIVe siècles, des différents intervalles (quinte, quarte, tierce, sixte) a incité des théoriciens à créer une nouvelle sorte d'échelle se basant sur des intervalles justes (ou consonants), par opposition à une échelle construite comme suite d'intervalles réguliers : c'est la conception harmonique du tempérament, jusqu'alors uniquement mélodique. Le mérite en revient à B. Ramis (ou Ramos, selon les références) [34] (≈ 1440–1500) qui est le premier à étudier ce phénomène en 1482. Ainsi naquit la notion d'Intonation Juste qui va changer le cours de la musique occidentale.

Ramis est né et a passé une grande partie de sa vie en Andalousie avant d'émigrer en Italie. D'après Forster C. [35], il a sans doute étudié les ouvrages des théoriciens arabes [1] ou du moins pris connaissance de leurs travaux, en particulier Safyouddine (XIIIe siècle).

Si le modèle de Zarlino (1558) a gardé la structure heptatonique, Salinas (1557) a imaginé une structure à 19 tons par octave. Vicentino (1555), lui, a conçu d'une manière assez rudimentaire une échelle à 31 tons, clamant qu'elle pouvait convenir aussi à des mélodies arabes, hébraïques et d'autres ethnies européennes non latines. Il a aussi fabriqué un archicembalo, appareil muni d'un clavier à 2 rangées de touches pour interpréter des musiques composées selon son échelle.

2. LE RÔLE DE LA POLYPHONIE ET DE LA TIERCE [2]

Le début de la Polyphonie consistait à rajouter une 2e voix à la mélodie : elle était d'abord parallèle à une distance de quinte, ensuite l'écart était devenu variable (quarte, tierce ou autres). On peut admettre, pour simplifier, que ça a commencé à prendre forme autour de l'an 1000. A la fin, l'œuvre contenait deux ou plusieurs voix (ou mélodies) superposées. Une dissonance entre les notes simultanées n'était donc pas désirable.

Pendant environ deux siècles, peut-être plus, les seuls intervalles tolérés étaient l'octave, la quinte et (son renversement) la quarte. Par la suite, pour enrichir la mélodie on a introduit la tierce (et son renversement la sixte par la même occasion), et ça a beaucoup convenu au style de musique de l'époque. L'emploi à outrance de la tierce, omniprésente dans la quasi-totalité des œuvres polyphoniques, a même poussé le Pape à éditer un décret (une *fatwa*) pour l'interdire en 1324 [37].

La quinte 3/2, était une consonance presque parfaite, et n'a jamais été mise en cause. La quarte 4/3 ne posait pas trop de problèmes, mais était quand même reléguée au second plan, et certaines réticences étaient exprimées à son égard (chap.

---

1 L'influence arabe sur la théorie de la musique en Europe est un sujet rarement traité par les musicologues. Cette influence, comme celle des mathématiques et d'autres disciplines, s'est manifestée surtout en Andalousie (XIIe au XIVe siècles) où il y avait une totale intégration entre populations de confessions et de cultures diverses. Tolède était le siège d'un collège de traducteurs (d'arabe en latin) fondé par Raymond, Archevèque de Tolède, en 1130. La sortie du livre de Ribera y Tarrago ***La musica arabe y su influencia en la española*** en 1927 a soulevé une vive polémique entre partisans et opposants [36, p. 105]. Voir aussi chap. XVII, fin de § 9.

2 La musique arabo-orientale contient principalement une tierce médiane (introduite vers la fin du VIIIe siècle), dont le rapport est de $27/22 \approx 1{,}23$. Elle a une consonance très agréable et mélancolique, et ça donne un charme un peu original.

VII, § 6). Par contre la tierce 81/64 =1,2656 n'était pas considérée comme juste, d'où l'idée (début Renaissance) de la remplacer par une tierce (naturelle) à laquelle on a imposé la valeur 5/4=1,25 , son renversement la sixte mineure sera donc de 8/5=1,60 au lieu de la sixte mineure pythagoricienne de 128/81=1,58.

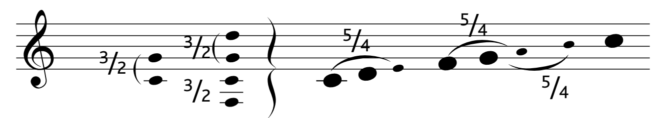
Les théoriciens ont alors commencé à penser à une échelle formée d'intervalles "justes" tels que la quinte, la quarte, une tierce qu'on a rendue juste (5/4=1,25), etc., c'est la conception harmonique (à l'opposé de mélodique) du tempérament qui aboutira vers 1558 à un premier modèle diatonique opérationnel dû à Zarlino. Cette gamme n'a duré qu'un demi-siècle et a été rapidement évincée par d'autres qui disposaient d'intervalles plus réguliers (mésotonique d'abord, ensuite tempérée et égale). À vrai dire elle n'a jamais dépassé le stade théorique.

Enfin, la définition d'une "Gamme Juste" est un peu confuse : d'après ses supporters c'est une gamme formée d'intervalles justes. Il est vrai que l'idée de base était la notion de consonance (encore faudrait-il se mettre d'accord sur sa définition) et une (nouvelle) conception harmonique de l'échelle, idée lancée la première fois par Ramis (1482), mais il fallait surtout retenir une tierce de 5/4 (§ 3), parfois au détriment de la quinte, ce qui explique que le premier modèle qu'a retenu l'Histoire, établi par Zarlino, ne date que de 1558.

En conclusion, le seul point commun aux différentes tentatives de construire une échelle juste est le fait de privilégier la tierce 5/4 au détriment d'autres intervalles, en particulier la quinte 3/2.

3. L'ÉCHELLE DE ZARLINO

La quinte Do-Sol est juste, sa valeur est 3/2. Sur les degrés Do et Sol, on forme à nouveau 2 quintes justes : Fa-Do et Sol-Ré. En fin de compte, on a les notes (en gras) : Do, Ré, Fa, Sol, et on complète avec les notes Mi, La, Si par des tierce naturelles de rapport 5/4.



Le résultat est alors une gamme où les tons ne sont pas tous égaux : la tierce Do-Mi a un rapport de 5/4, le ton Do-Ré vaut 3/2 x 3/2 = 9/4, ou 9/8 (204 cents), il reste alors seulement 10/9 (182 cents) pour le ton Ré-Mi

$$\text{Ré-Mi :} \quad 5/4 \div 9/8 \;=\; 5/4 \times 8/9 \;=\; 10/9$$

d'où l'existence (et l'appellation) de ton majeur et de ton mineur, de 4 ou 5 sortes de demi-tons, et un grand nombre de commas différents, dits zarliniens :

Do	Ré	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do
1	9/8 = 1,125	5/4 = 1,25	4/3 ≈ 1,3333	3/2 = 1,5	5/3 ≈ 1,6667	15/8= 1,875	2

ce qui donne comme intervalles entre degrés successifs :

Do-Ré	Ré-Mi	Mi-Fa	Fa-Sol	Sol-La	La-Si	Si-Do
9/8 = 1,125	10/9 ≈ 1,1111	16/15 ≈ 1,0667	9/8 = 1,125	10/9 ≈ 1,1111	9/8 = 1,125	16/15 ≈ 1,0667

La 2[e] colonne sur la portée ci-haut contient Do-Sol entouré de Fa-Do et de Sol-Ré. On peut y voir l'enchaînement de 3 accords parfaits Fa-La-Do, Do-Mi-Sol, Sol-Si-Ré qui couvrent toute la gamme majeure. Les défenseurs de Zarlino comparent cela au cycle des 7 quintes nécessaires pour parcourir la même gamme.

Les commas zarliniens sont nombreux, le plus évident à définir est la différence entre le ton majeur Tmaj et le ton mineur Tmin :

Tmaj – Tmin = (9/8)/(10/9) = 81/80 = 1,0125 (=21,5 cents)

Remarque : les shroutis de la musique indienne

Chez les indiens, l'octave est divisée en 22 shroutis (d'environ 55 cents chacun, très légèrement supérieur à un quart de ton de 50 cents). L'origine de cette division est assez controversée (***http://etiop.free.fr/shruti.htm***), mais une possible explication est celle donnée par Bernard Bel (***http://www.lpl.univ-aix.fr/lpl/presentation/publications/docs/bel/raga.pdf***). Elle s'appuie sur la composition de l'octave en tons majeurs (9/8), tons mineurs (10/9) et demi-tons (16/15), voir Annexe IX.

4. PROBLÈME DE LA NON TRANSPOSABILITÉ

Intervalles irréguliers

D'après la construction de l'échelle de Zarlino (§ 3), on peut constater aisément que la note La est plus basse que dans celle de Pythagore et forme ainsi une quinte plus étroite.

Quinte Ré-La = 5/3 ÷ 9/8 = 40/27 (1,481) < 3/2 (1,50)
Quarte La-Ré = 27/20 (1,35) > 4/3 (1,333)

La quinte Ré-La 40/27 est plus basse que la quinte juste 3/2 d'un comma syntonique

$$3/2 \div 40/27 = 81/80 = 1,0125 \quad (= 21,5 \text{ cents})$$

La non transposabilité

Prenons le tétracorde supérieur Sol, La, Si, Do pour former le début de la gamme suivante : il est différent de celui de Do à cause des tons non égaux (9/8 et 10/9)

Sol-La	La-Si	Si-Do
10/9 ≈	9/8 =	16/15 ≈
1,1111	1,125	1,0667

Les gammes "majeures" obtenues par la chaîne des tétracordes, comme on l'explique dans les manuels scolaires de solfège ou de théorie, n'ont pas la même disposition, ce qui rend la transposition et la modulation très difficile. Les facteurs d'orgue du Baroque remédiaient à cela en multipliant les touches, et les claviers devenaient alors peu maniables (rien à voir avec le sympathique clavier duodécimal moderne).

CONCLUSION

La Gamme Juste telle qu'elle était conçue au XVIe siècle, avec ses intervalles inégaux, ne pouvait pas répondre aux besoins de la musique européenne dont l'Harmonie commençait à se développer au cours du XVIIe siècle [1]. Cette Gamme Juste n'a pas survécu longtemps (à peine un demi-siècle). Très vite, des tentatives pour disposer d'intervalles plus tempérés ont abouti à une gamme (chap. X) dont les tons ont une valeur moyenne (mésotonique) entre le majeur 9/8 et le mineur 10/9 et qui, elle, a perduré pendant plusieurs siècles. Elle a fini par se transformer, vers le milieu du XIXe siècle, en une gamme dont les tons sont tous rigoureusement égaux.

[1] "La Gamme Juste est une utopie", Nicolas Meeus [37].

5. LES AUTRES TYPES DE GAMMES DE ZARLINO

On a construit la gamme de Zarlino à partir de Do (ou plus exactement Do-Sol), on peut la recommencer à partir de n'importe quelle note suivant la même procédure, on obtient alors pour Sol majeur

Sol	La	Si	Do	Ré	Mi	Fa#	Sol
1	9/8 = 1,125	5/4 = 1,25	4/3 ≈ 1,3333	3/2 = 1,5	5/3 ≈ 1,6667	15/8= 1,875	2

Sol-La	La-Si	Si-Do	Do-Ré	Ré-Mi	Mi-Fa#	Fa#-Sol
9/8 = 1,125	10/9 ≈ 1,1111	16/15 ≈ 1,0667	9/8 = 1,125	10/9 ≈ 1,1111	9/8 = 1,125	16/15 ≈ 1,0667

On constate que la position de la quinte étroite (40/27) est maintenant entre La et Mi (toujours la même position relative dans la gamme, entre 2e et 6e degrés), mais surtout que le rapport de La avec le Do de référence est de $9/8 \times 3/2 = 1{,}6875$ et est supérieur à 1,6667 de la note La de type Do.

En résumé, puisque Sol majeur formé à partir du tétracorde supérieur de Do majeur a une échelle différente, on peut construire directement Sol majeur (gamme de type Sol) mais sa seconde La sera supérieure d'un comma (noté k=81/80) au La de la gamme de type Do. Nous présontons dans le tableau suivant quelques gammes justes des types les plus courants, rapportées à une référence unique Do, en indiquant entre parenthèses l'éventuel décalage (plus ou moins un ou deux commas), le tout comparé au système pythagoricien :

	Pythagore	Zarlino de type Sol	Zarlino de type Do	Zarlino de type Fa
Fa#	729/512	45/32 (–1k)	45/32 (–1k)	25/18 (–2k)
Si	243/128	15/8 (–1k)	15/8 (–1k)	15/8 (–1k)
Mi	81/64	5/4 (–1k)	5/4 (–1k)	5/4 (–1k)
La	27/16	27/16	5/3 (–1k)	5/3 (–1k)
Ré	9/8	9/8	9/8	10/9 (–1k)
Sol	3/2	3/2	3/2	3/2
Do	1	1	1	1
Fa	4/3	27/20 (+1k)	4/3	4/3
Sib	16/9	9/5 (+1k)	9/5 (+1k)	16/9

6. GAMME CHROMATIQUE ZARLINIENNE

Cette gamme chromatique est très peu citée, et pour cause, elle ne fait pas l'unanimité. Evaluer les demi-tons, et de quelle manière ? semble un peu utopique dans la mesure où les tons (9/8 et 10/9) ne sont pas égaux . Essayons d'en définir une quand même.

On peut constater qu'il y a dans la gamme décrite ci-dessus trois types d'écarts entre deux notes successives :

– un écart de 9/8 (entre Do et Ré, entre Fa et Sol, et entre La et Si) qu'on a appelé un ton majeur,
– un écart de 10/9 (entre Ré et Mi, et entre Sol et La) qu'on a appelé un ton mineur, et enfin
– un écart de 16/15 (entre Mi et Fa, et entre Si et Do) qu'on a appelé un demi-ton majeur.

Si l'on admet qu'une altération rehausse ou abaisse le son d'un demi-ton mineur, défini comme la différence entre le ton mineur 10/9 et le demi-ton majeur 16/15, son étendue est alors 25/24.

Cela nous donne la gamme chromatique complète suivante :

Do		Ré		Mi	Fa
1	Réb=27/25=1,0800 Do#=25/24=1,0417	9/8= 1,125	Mib=6/5=1,2000 Ré#=75/64=1,1719	5/4 = 1,25	4/3=1,3333

	Sol		La		Si	Do
Solb=36/25=1,4400 Fa#=25/18=1,3889	3/2= 1,500	Lab=8/5=1,6000 Sol#=25/16=1,5625	5/3= 1,6667	Sib=9/5=1,8000 La#=125/72=1,7361	15/8= 1,875	2

L'écart entre notes chromatiques censées être enharmoniques peut aller jusqu'à 62,6 cents :

Réb = 1,08, Do#=1,04167, donc 1,08/1,04167 = 1,0368 ou 62,6 cents

Remarque

Si on accepte de garder les 2 degrés chromatiques, et si on veut maintenir la structure heptatonique de base en assimilant Mi# à Fa et Fab à Mi (idem pour Si et Do), on se retrouve avec une échelle à 17 tons similaire à celle imaginée par Safyouddine au XIIIe siècle (***Mathématiques des Systèmes Acoustiques***, de Franck Jedrzejewski, Univers Musical, l'Harmattan, 2002, p. 263).

7. DES GAMMES JUSTES DE PLUS DE 12 TONS

Si le noyau du modèle de Zarlino est d'imposer la tierce juste, d'autres modèles conçus sur d'autres idées (telles que l'introduction de la 7e juste par exemple) ont vu le jour au XVIe et XVIIe siècles. Ils ont nécessité la division de l'octave en plus de 12 unités, un chapitre leur est consacré (chap. XII). Développés par des scientifiques (physiciens ou mathématiciens) et répondant mieux aux critères de l'Intonation Juste ils n'ont pas eu tellement de succès, peut-être pour des raisons autres que musicales :

19 tons : Salinas
31 tons : Huygens
43 tons : Sauveur

On constate un regain d'intérêt envers ces gammes justes à la seconde moitié du XXe siècle, aux États-Unis en particulier. Les américains n'ont pas une tradition de musique classique comme les européens, se libérer du Système Duodécimal est moins problématique chez eux. Les micro-tonalistes (compositeurs et/ou théoriciens), adeptes de l'emploi d'intervalles inférieurs au demi-ton, constituent une mouvance assez active basée sur la Côte Ouest (Californie). Certaines de leurs œuvres sont publiées par l'éditeur hollandais spécialiste en musicologie “Diapason Press” (voir chap. XII et XIV).

X - LE TEMPÉRAMENT MÉSOTONIQUE (*MEANTONE INTONATION*)

1. DÉFINITION

Les modèles de gammes justes, dont le premier est celui dû à Ramis (ou Ramos) en 1482, ont le fâcheux inconvénient d'avoir des tons non égaux. Celui de Zarlino en est le bon (ou mauvais ?!) exemple (chap. IX).

C'est la combinaison de 2 arguments qui va dominer par la suite le raisonnement des théoriciens :

– Le souhait de disposer d'intervalles les plus justes possibles, en particulier la tierce à une époque où les seules consonances admises étaient la quinte et la tierce [1].
– Le souci d'avoir une gamme où les tons sont, sinon égaux, du moins les plus réguliers possibles, d'où l'excellente idée de se baser sur le Cycle des Quintes.

Il existe plusieurs variantes de l'échelle mésotonique (à tons moyens) qui ont toutes en commun l'idée de répartir le comma excédentaire de 81/80 (écart entre 81/64 et 5/4) tout en gardant une tierce naturelle (5/4) au détriment de la quinte. Le premier modèle a été imaginé par Pietro Aaron en 1523 [10]. Le mésotonique avec ses différentes variantes a duré depuis le début du XVIe jusqu'au milieu du XIXe siècle, soit environ 3 siècles et demi, et était largement exploité pendant la 1re moitié du XVIIIe (1700 à 1750).

[1] "La tierce étant la consonance fondamentale de cette musique [XVIIe siècle], le Tempérament Mésotonique y était parfaitement adapté" [1, p. 322].

2. LE MÉSOTONIQUE STANDARD

On forme les quintes successives : Do, Sol, Ré, La, Mi. Ce Mi a un rapport de $(3/2)^4$ = 81/64 = 1,2656 (chap. V et VI). Si on lui impose la valeur 5/4=1,25 il faudra le baisser de 81/64 ÷ 5/4 = 81/80 = 1,0125 ou 21,5 cents. C’est le comma syntonique (ou ptolémaïque), qu’on dilue entre les 4 quintes de Do à Mi, en baissant chacune d’un quart de comma, d’où l’appellation “mésotonique ¼”.

D’autres types de mésotoniques consistent à diluer ce comma excédentaire entre 5, 6 quintes ou plus. Plus la répartition est large, plus les quintes sont justes.

Le quart de comma

Le comma syntonique k a un rapport de 81/80. Son quart q est donc la racine quatrième de 81/80 ou $(81/80)^{1/4}$, càd le nombre q tel q^4=k :

$$q = (81/80)^{1/4} \approx 1{,}00311$$

On obtient alors un ton d’une hauteur constante de valeur : racine (5/4) = 1, 11803, à mi-chemin entre le ton majeur (9/8=1,125) et le ton mineur (10/9=1,11111) de la gamme de Zarlino.

La nouvelle quinte, déduite de celle de Pythagore en divisant par un quart de comma, est de 1,49535.

$$3/2 \div 1{,}00311 \approx 1{,}49535$$

Construction

Le Système Pythagoricien est représenté par des notes sous-lignées pour éviter la confusion :

Do	Ré	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do
1	9/8 = 1,125	81/64≈ 1,2656	4/3 ≈ 1,3333	3/2 = 1,5	27/16 ≈ 1,6875	243/128≈ 1,8984	2
	204	408	498	702	906	1110	1200

On divise le comma k en 4 quarts de comma q, et on les affecte aux 4 quintes comme suit :

Do = Do ⇒ Sol – q ⇒ Ré – 2q ⇒ La – 3q ⇒ Mi – 4q = Mi

Le résultat est une tierce juste (5/4) Do-Mi, et on complète par Si, 5te de Mi, et par Fa, 5te inverse de Do.

Do	Ré	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do
1	1,11803	1,2500	1,33748	1,49535	1,67185	1,86919	2
	193,2	386,3	503,4	696,6	889,7	1082,9	1200

Do - Ré	Ré - Mi	Mi - Fa	Fa - Sol	Sol - La	La - Si	Si - Do
1,11803	1,11803	1,06998	1,11803	1,11803	1,11803	1,06998
193,2	193,2	117,1	193,2	193,2	193,2	117,1

Mi-Fa = Si-Do = 1,06998 (117,1 cents) est plus grand que la moitié d'un ton : racine(1,11803) = 1,05737 (= 96,6 cents).

Puisque tous les tons sont égaux, on peut alors construire les autres tonalités majeures (vers le haut : Sol, Ré... ou vers le bas : Fa, Sib...). Prenons un exemple, celui de Sol : transposé à partir de Do ou construit directement, le résultat est le même.

Sol - La	La - Si	Si - Do	Do - Ré	Ré - Mi	Mi - X	X - Sol
1,11803	1,11803	1,06998	1,11803	1,11803	1,11803	1,06998
193,2	193,2	117,1	193,2	193,2	193,2	117,1

Remarque

Le quart de comma q est un nombre non rationnel (chap. VII, § 2). Néanmoins, une astuce permet d'en trouver une approximation sous forme rationnelle. Le rapport 81/80 = 324/320 peut être exprimé comme suit :

$$81/80 = 324/320 = 324/323 \times 323/322 \times 322/321 \times 321/320$$

Ces 4 fractions sont quasiment égales et sont une bonne approximation du quart de comma $q = (81/80)^{1/4} \approx 1{,}00311$

3. GAMME CHROMATIQUE ET QUINTE DES LOUPS

Gamme Chromatique

D'après le Tableau de Sol majeur, on peut déjà remarquer que la nouvelle note chromatique X=Fa# est plus haute que Fa de 1,04491 ≈ 76 cents (le demi-ton chromatique est nettement plus petit que le demi-ton diatonique).

On construit alors les autres gammes chromatiques d'une manière similaire: continuer le cycle des quintes vers le haut pour avoir Fa#, Do#, etc., et vers le bas pour avoir Sib, Mib, etc., en multipliant ou en divisant par 1,49535.

Contrairement au clavier standard contemporain, il devrait y avoir non pas 5 touches noires mais 10 (ou même 14), puisqu'une note comme Sol# n'est pas l'enharmonique de Lab. Dans le passé, et surtout à l'époque baroque, les grands orgues d'église avaient beaucoup de touches altérées pour se conformer, au mieux, à la co-existence de notes diésées et de notes bémolées, mais le dédoublement de toutes les notes altérées rendait le clavier impraticable.

Le Clavier Brisé

Pour les clavecins (XVIIe siècle), on a essayé de simplifier les choses et on a réduit le nombre de touches en confondant certaines (Do# et Réb par exemple), mais l'écart entre Sol# et Lab était trop important et on les a gardées toutes les deux. Et pour maintenir une régularité du clavier, on a opté pour "briser" une ou plusieurs touches en deux, ce qui donnait à la fois Sol# et Lab (schéma ci-dessous) [1].

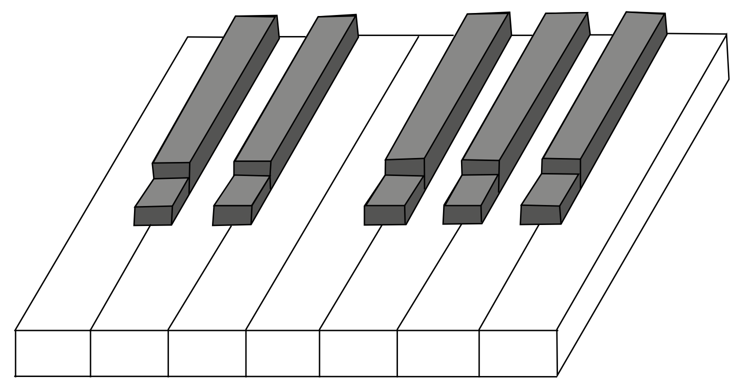


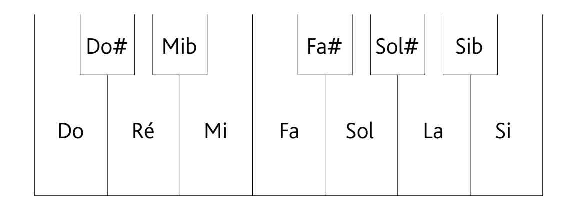
Schéma simplifié d'un clavier à touches brisées (XVIIe siècle).
Les notes diésées et bémolées n'étaient pas enharmoniques.

[1] Une photo est visible sur le site ***http://musicreprints.free.fr/tempmus/photos.htm***.

Le Clavier Standard

Fin XVII[e], on a simplifié encore davantage. Le clavier (clavecin d'abord ensuite piano) a pris son aspect actuel; les notes altérées sont réparties de la manière suivante :

Les bémols les plus courants sont : Sib, Mib, Lab, etc. Les dièses les plus courants sont : Fa#, Do#, Sol#, etc. Il faut donc choisir entre Lab et Sol#. On a tranché en faveur de Sol# puisque c'est la sensible de "La" mineur, d'un usage assez courant. En fin de compte, on obtient le schéma suivant :



Par la suite, on a confondu carrément les 2 notes incriminées (Sol# et Lab).

Quintes

Le mésotonique est basé sur la sauvegarde de la tierce naturelle, au détriment d'une (très) légère réduction de la quinte. Mais quand plusieurs quintes se suivent, cette légère réduction s'accumule et peut devenir intolérable. Les 11 quintes suivantes

Mib, Sib, Fa, Do, Sol, Ré, La, Mi, Si, Fa#, Do#, Sol#

ont toutes un rapport de 1,49535 (696,6 cents) sauf Sol#-Mib[1] qui est d'environ 1,5312 (737,6 cents), donc plus haute d'environ 36 cents que la quinte juste (rappelons que l'étendue du comma syntonique est de seulement 21,5 cents).

Cette trop grande quinte est très désagréable et rappelle le hurlement des loups, c'est pour cela qu'on la désigne par la quinte des loups (et il fallait bien "apprivoiser le loup").

En conclusion, le mésotonique ¼ avec un Mi naturel (5/4) dispose d'intervalles réguliers, ce qui lui offre des possibilités de modulations (limitées aux gammes où n'intervient pas la quinte des loups). Ce système a rendu bien des services, surtout au clavecin et au piano. Quant à l'orgue, avec la possibilité de multiplier les touches, c'était le dernier instrument à employer le mésotonique (jusqu'à la fin du XIX[e] siècle, et début XX[e] en Angleterre).

1 Plus exactement, c'est une sixte diminuée.

4. LA GAMME TEMPÉRÉE

La multiplicité des touches ou la limitation des tonalités à celles utilisant 5 altérations, la présence de la quinte des loups, en plus de l'antagonisme quinte/ tierce, tout cela commençait à peser lourd sur le développement de la musique pendant la période baroque. Le modèle initial à un quart de comma a certes subi des améliorations (1/5 , 1/6 de comma de Silbermann, etc.) mais cela ne suffisait pas. Bach, parmi d'autres, était toujours à la recherche de nouveaux tempéraments où il pouvait exécuter ses accords comme il le souhaitait.

Les théoriciens (dont certains étaient des musiciens et d'autres des facteurs d'instruments) ont poussé la modification jusqu'à réajuster de nouveau la tierce pour adoucir la quinte des loups et disposer de quintes globalement justes, c'est la tendance opposée qui régnait 2 siècles auparavant. Finis la théorie et les calculs, on accorde presque à l'oreille. On parle alors de "tempérer" l'échelle musicale, d'où le terme "Tempérament" (de même racine que "température"), et l'expression "Systèmes Tempérés" (ou Irréguliers). On en a expérimenté un grand nombre dès la fin du XVIIe siècle et pendant tout le XVIIIe. L'organiste et compositeur allemand A. Werckmeister (1645-1706) en a décrit plusieurs dans son ouvrage ***Musikalische Temperatur*** [38].

Les Tempéraments Irréguliers n'obéissaient pas à des règles précises, c'était l'affaire de l'oreille. Chaque compositeur, interprète ou théoricien faisait accorder son instrument selon son goût et son style. Le tempérament n'était plus une science, c'était devenu un art [39].

5. DIFFÉRENCES DE CARACTÈRES

Comme on ne pouvait pas remédier à tous les inconvénients cités ci-dessus, on a fait un choix : éliminer la quinte des loups, ce qui allait du même coup rendre plus juste l'ensemble des quintes, au détriment des tierces. On s'arrangeait pour avoir les tierces les plus stables (consonance 5/4) dans la tonalité courante et ses proches voisines, la qualité se dégradant autour du cercle des quintes, donnant aux différentes gammes des teints différents. Ce phénomène était pris en compte par les compositeurs du XVIIIe siècle. Quand on écoute leur musique dans le Tempérament Égal , il parait qu'on ne saisit pas leurs vraies expressions. Chaque tonalité était différente, et J.-S. Bach voulait exploiter cette différence.

Dans ces systèmes en général, il était possible de jouer et de moduler dans n'importe quelle tonalité, mais l'enharmonie n'était plus satisfaisante à mesure que les tonalités s'éloignaient. Par contre, se manifestait l'effet **key colours** (comme le désignent si joliment les anglo-saxons), ce caractère et cette coloration qui distinguaient les différentes tonalités.

Le clavecin (première moitié du XVIIIe siècle) et plus tard le piano étaient devenus la référence ; la multiplicité des touches (bête noire des praticiens et des facteurs) ne concernait plus que l'orgue dans les églises et la musique liturgique. Le clavier à 12 touches était devenu le standard, l'accordage était néanmoins légèrement variable (voir Tableau récapitulatif à la fin du chapitre XI). Les Systèmes Tempérés permettaient d'exploiter les caractères des différentes tonalités et l'option de répartir les intervalles d'une manière égale n'avait pas été retenue tout de suite. La musique était alors composée pour les Systèmes Tempérées de l'époque et non pour le Système Égal qui allait convenir plutôt à la musique chromatique de fin XIXe et atonale de début XXe siècle.

6. WERCKMEISTER ET J.-S. BACH

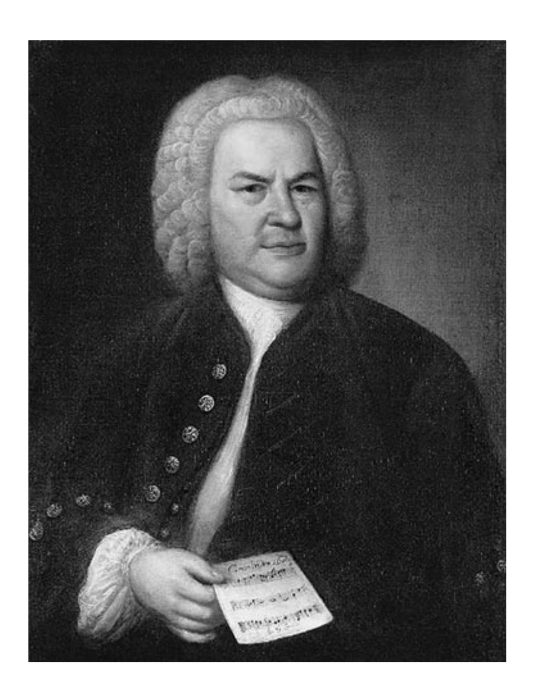
J.-S. Bach n'a jamais défendu le Système Égal. Il a écrit 2 recueils, en 1722 et en 1744, de 24 pièces chacun, "Das Wohltemperierte Klavier" (le Clavier bien-tempéré) évitant l'appellation "gleich-schwebende temperatur" (Tempérament Égal). Cet ensemble de 48 morceaux en majeur et mineur ("comme son titre l'indique sans ambiguïté" [40, p. 508]) était destiné à exploiter au maximum les possibilités offertes par les différentes tonalités (key colours) à mesure qu'on progressait autour du cercle des quintes. Sa motivation était de prouver qu'on pouvait non seulement composer dans toutes les tonalités, mais aussi que chaque tonalité avait son caractère.

L'organiste et théoricien Werckmeister a conçu plusieurs tempéraments. Celui désigné par Werckmeister III [1] (1691) répondait bien au goût de J.-S. Bach. Dans les tonalités de faible consonance (comme Fa# majeur) Bach passait rapidement sur la tierce majeure alors que sur des tonalités plus stables (comme Do majeur) il pouvait se retenir sur l'accord de tonique aussi longtemps qu'il voulait.

Enfin, il y a des musicologues qui disent qu'on peut saisir la différence quand on joue en Si majeur une prélude du C.B.T. écrite pour Do majeur sur un piano accordé selon Werckmeister III.

[1] Du Journal du Conservatoire National Supérieur de Musique de Paris, n° 12, 1995, au sujet de l'installation d'un nouvel orgue, destiné plus spécifiquement à la musique des XVIIe et XVIIIe siècles : "Après discussions en commun, on a retenu le Werckmeister 3, un tempérament "assez calme" par quintes justes, avec un soupçon d'inégalité."

Remarques : En plus de la confusion Tempéré/Égal couramment commise dans la littérature de langue française, plusieurs auteurs se trompent en pensant que J.-S. Bach a composé son recueil ***Le Clavier Bien-Tempéré*** pour être interprété dans le Système Égal des pianos de nos jours. C'est ce qu'affirme De Candé dans son ***Dictionnaire de Musique*** [41], p. 239 de l'édition 1961 ; il est beaucoup moins catégorique dans l'édition de 1997, toujours à la même page 239. L'auteur de l'expression citée ci-dessus (§ 6) entre guillemets parle bien du terme "tempéré", ce qui ne signifie pas "égal".



J.-S. Bach, l'accordage de son clavier était différent des claviers d'aujourd'hui

Portrait : Stadtgeschichtliches Museum, Leipzig.

XI - LE TEMPÉRAMENT ÉGAL

"Tous les Tempéraments anciens (jusqu'au XVIII[e] siècle) ainsi que les Tempéraments des musiques traditionnelles du monde sont inégaux", d'après Delume et Merlet [42].

1. HISTORIQUE

L'idée d'une division égale de l'octave est assez ancienne [1]. Le Tempérament Égal a été mentionné plusieurs fois, entre 1530 et 1600, mais n'était alors réellement exploité que pour les instruments munis de frettes (luth, viole).

Pour avoir des tons égaux, il fallait diviser une longueur en douze parties en progression géométrique (ou logarithmique, chap IV, § 1-2). Le rapport 18/17 est accrédité à Vincenzo Galilei, père du célèbre astronome Galilée; ce rapport est une approximation de la douzième partie de l'octave : $(18/17)^{12} = 1{,}9856 \approx 2$.

On l'a aussi évaluée avec plus de précision à 178/168 : 178/168 à la puissance 12 donne 2,0014

$$(178/168)^{12} = 2{,}0014 \approx 2$$

Le T. E. était défendu par S. Stevin, accordeur d'orgue, dès la Renaissance [44] car il disposait d'une quinte juste. Il était défendu par J.-Ph. Rameau [6], mais contesté par J.-S. Bach qui a composé (entre 1722 et 1744) des œuvres destinées à être exécutées selon sa gamme bien tempérée, ce qui ne veut pas dire égale (chap. X). A. Werckmeister, théoricien et facteur d'instruments, l'a étudié en 1691 dans son *Musikalische Temperatur* [38]. Le mathématicien J.G. Neidhart l'a défini par le calcul

[1] D'après Forster [35, II, § 47], en dehors de la Chine, la 1re description mathématique de l'échelle chromatique à 12 divisions est donnée par Al-Kindi (m 874) dans son traité sur la Composition des Mélodies, traduit en allemand par Lachmann et El-Hefni [43].

(1724), utilisant la table de logarithme publiée par Neper en 1614. Mais, à cause de l'existence d'un grand nombre de tempéraments en ce début du XVIIIe siècle qui répondaient aux goûts des différents musiciens, et en particulier au succès du mésotonique et de ses différentes variantes tempérées ou irrégulières, il faudra attendre le milieu du XIXe siècle pour que l'usage du Tempérament Égal soit généralisé sur les instruments à clavier.

2. RAMEAU, YOUNG ET LA PÉRIODE CLASSIQUE

Rameau était un fervent défenseur du Tempérament Égal, il a conçu plusieurs modèles qui s'en approchaient; le plus cité est celui de 1737. Mais Rameau était très en avance par rapport à son époque, ses idées sur l'Harmonie et les Accords sont encore appliquées de nos jours.

Jorgensen O. H., auteur d'un énorme traité *Tuning* [39], analysant les dizaines de tempéraments parus entre 1636 et 1920 considère celui de Young (1799) comme le plus élégant, avec une jolie variété de colorations tonales. Les années 1800, période charnière entre le Classique et le Romantique, étaient marquées par le début de la fin de la longue carrière du Mésotonique, qui s'acheva vers 1850.

Les compositeurs du XIXe siècle arguaient souvent sur les couleurs des différentes tonalités, et tous les musicologues s'accordent pour le confirmer. À la veille du XXe siècle, et à la suite du progrès réalisé dans la musique en général (chromatisme chez Liszt et Wagner et prémices du dodécaphonisme, remise en cause du plan tonal, recherche de tonalités extra-européennes), le Système Duodécimal Égal a fait table rase sur toutes ces considérations, peut-être d'ordre sentimental, des Systèmes Tempérés depuis J.-S. Bach. L'égalité était devenue la règle, celle des tons et aussi celle des tonalités.



Contrairement aux idées reçues, le Tempérament Égal ne s'est imposé dans la musique occidentale que depuis un siècle et demi environ.

Le Tempérament Égal a été adopté vers 1800 environ mais il ne s'imposa définitivement que vers 1850 (la musique d'Église et ses orgues à touches multiples était restée attachée au Mésotonique) bien qu'il ait été mentionné et défendu dès la Renaissance. Il n'abandonne pas la conception (harmonique) qui se base sur les intervalles justes, mais privilégie la quinte au détriment de la tierce. Il suffit de voir comment on a abouti à ce système : la revue des chapitres précédents (en particulier IX et X) montre comment l'évolution progressive réalisée dans la conception des tempéraments a fait que, du début XVIIe au milieu XIXe, on convergeait, sans le vouloir ou sans y prêter attention, vers le Système Égal. À titre d'exemple, celui de Young (1799) lui est presque identique, les notes ne diffèrent que de 8 ou 9 cents au maximum.

Tout en disposant de quintes pratiquement justes, l'existence de tons égaux offre un maximum de possibilités de modulations et de transpositions, et ne requiert qu'un clavier de douze touches par octave parfaitement maniable.

3. CONSTRUCTION

Le Système Universel heptatonique (chap. V et VI), qui reste toujours la plate-forme de la musique occidentale et moyen-orientale (chap. XVII), divise l'octave en 5 tons égaux à 9/8 = 1,125 et 2 limmas de 256/243 ≈ 1,0535 légèrement inférieurs à un demi-ton. Le Tempérament Égal franchit une barrière psychologique et idéologique qui accepte l'idée d'une division de l'octave en 12 parties égales, et confond le limma avec le demi-ton. Le résultat comme on va le voir plus loin dépasse toutes les espérances.

L'étendue d'un demi-ton "Égal" est alors la racine douzième de 2 :

$$\sqrt[12]{2} = 2^{1/12} \approx 1{,}0594631$$

ce qui équivaut à 100 cents pour un demi-ton, et 200 cents pour un ton.

Do	Ré	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do
$2^{0/12}$ =1	$2^{2/12}$ ≈ 1,1225	$2^{4/12}$ ≈ 1,2599	$2^{5/12}$ ≈ 1,3348	$2^{7/12}$ ≈ 1,4983	$2^{9/12}$ ≈ 1,6818	$2^{11/12}$ ≈1,8877	$2^{12/12}$ =2
	200	400	500	700	900	1100	1200

Do-Ré	Ré-Mi	Mi-Fa	Fa-Sol	Sol-La	La-Si	Si-Do
$2^{2/12}$ ≈ 1,1225	$2^{2/12}$ ≈ 1,1225	$2^{1/12}$ ≈ 1,0595	$2^{2/12}$ ≈ 1,1225	$2^{2/12}$ ≈ 1,1225	$2^{2/12}$ ≈ 1,1225	$2^{1/12}$ ≈ 1,0595
200	200	100	200	200	200	100

La quinte perd environ 1 millième par rapport à la valeur théorique de 3/2=1,5 ce qui reste très acceptable.

Cette échelle est parfaite pour les instruments à clavier (piano, orgue, synthétiseur,...), facile à comprendre, et c'est la seule enseignée dans les écoles puisque ça permet de bien saisir la notion d'altération : le son à mi-chemin entre Do et Ré est une note obtenue en élevant Do d'un demi-ton (Do#) ou en abaissant Ré d'un demi-ton (Réb), voir Tableau des fréquences chapitre II. La notion de comma n'existe plus.

4. LE STANDARD DU XXe SIÈCLE

Ce Tempérament est aujourd'hui en vigueur sur tous les instruments à clavier, à frettes, et à sons fixes en général (harpe par exemple). Il sert aussi de méthode, et incarne une doctrine, pour enseigner la musique. On le désigne par "Système ou Tempérament Égal Duodécimal" parce qu'il est formé de 12 demi-tons égaux, mais les intervalles sont regroupés en 5 tons et 2 demi-tons pour servir de modèle à la gamme heptatonique.

Vu sous cet angle très restreint, cela peut-être considéré comme une banale division de l'octave en 12. Il a été quand même l'aboutissement de 3 siècles et demi de réflexion dans le domaine théorique et acoustique. En examinant le Tableau récapitulatif à la fin du chapitre, on peut constater qu'il représente une limite incontestable des différents tempéraments qui l'on précédé. Si toutes les quintes sont presque parfaites, l'écart constant de sa tierce $1{,}2599 \approx 1{,}26$ avec la tierce naturelle est de 13,6 cents. Il était certes plus faible dans la tonalité centrale de Young mais il se dégradait à mesure qu'on s'en éloignait.

Ses détracteurs lui reprochaient ses intervalles non consonants; rappelons que le Tempérament Juste de Zarlino n'a jamais eu de succès, et c'est le Tempérament Mésotonique (et ses différentes variantes) qui a convergé progressivement vers le Tempérament Égal. La conception harmonique de départ a fini par se plier devant d'autres impératifs d'ordre mélodique.

Une zone d'ombre demeure : on perd la distinction entre demi-tons diatonique et chromatique. En effet, les musiciens qui possèdent plus de liberté pour fixer la hauteur d'un son (violonistes, chanteurs...), n'apprécient guère cette gamme (trop bien) tempérée donc graduée d'une manière rigide, ils préfèrent que le ½ ton chromatique soit supérieur au diatonique [1].

Le Tempérament Égal s'est définitivement imposé pour les instruments à clavier vers le milieu du XIXe siècle; ceci n'est pas sans raison. Toujours en gardant une quinte "pratiquement" juste (c'est très important), il ne requiert qu'un clavier de douze touches par octave parfaitement maniable contrairement aux orgues du Baroque. L'avènement du piano au début du Classique et son hégémonie pendant tout le Romantique ont signé la mort des Systèmes Mésotoniques et Tempérés et ont préparé le terrain pour l'arrivée du chromatisme (dans la musique de Liszt et de Wagner) et du dodécaphonisme plus tard.

[1] C'est sûrement une question d'habitude sans doute liée à l'Échelle de Pythagore; dans le Mésotonique c'était l'inverse (chap. X, § 3).

5. LE SYSTÈME DE MERCATOR-HOLDER

Un physicien allemand N. Kauffmann dit Mercator, s'inspirant de l'échelle de Pythagore, a divisé l'octave en 53 commas égaux (1675), et c'est le théoricien anglais W. Holder (1616-1697) qui en a calculé les intervalles [45].

Pourquoi 53 divisions ? Le ton vaut 9 commas, les demi-tons diatonique et chromatique valent respectivement 4 et 5 commas ; c'est ce comma d'écart qui est pris comme Unité, dans l'octave il y en a :

$$5 \times 9 \text{ (pour les tons)} + 2 \times 4 \text{ (pour les limmas)} = 53$$

C'est un retour à la gamme de Pythagore avec ses tons (9/8) et ses limmas (256/243 = ¼ de 9/8). Le comma (holderien) est par définition la neuvième division d'un ton, ou la quatrième division d'un limma (demi-ton diatonique). L'octave sera alors divisée en 53 commas (holderiens) égaux, de rapport

$$\sqrt[53]{2} = 2^{1/53} \approx 1{,}01316$$

ou 22,6 cents.

Cette échelle est souvent citée dans la littérature francophone et utilisée par les théoriciens turcs (Raouf Yekta Bay [46]) pour la musique arabo-orientale (voir chap. XVII). Elle n'a pas tellement intéressé les anglo-saxons, à part le théoricien Bosanquet R.H.M. au XIXe siècle qui a conçu un clavier à 53 touches [47].

Do	Ré	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do
$2^{0/53}$ = 1	$2^{9/53}$ ≈ 1,1249	$2^{18/53}$ ≈ 1,2654	$2^{22/53}$ ≈ 1,3334	$2^{31/53}$ ≈ 1,4999	$2^{40/53}$ ≈1,6873	$2^{49/53}$ ≈1,8981	$2^{53/53}$ = 2
	204	408	498	702	906	1110	1200

Do-Ré	Ré-Mi	Mi-Fa	Fa-Sol	Sol-La	La-Si	Si-Do
$2^{9/53}$ ≈ 1,1249	$2^{9/53}$ ≈ 1,1249	$2^{4/53}$ ≈ 1,0537	$2^{9/53}$ ≈ 1,1249	$2^{9/53}$ ≈ 1,1249	$2^{9/53}$ ≈ 1,1249	$2^{4/53}$ ≈ 1,0537
204	204	90	204	204	204	90

6. LES AUTRES SYSTÈMES ÉGAUX

On peut les classer en 3 catégories.

1) Les très particuliers à 5 (slendro), 6 (à tons entiers de Debussy) ou 7 (siamois) degrés, voir chap. VI, § 4. Celui de 24 quarts de ton est très apparenté à celui de 12 demi-tons. Chez les indiens, le shrouti est la 22e division égale de l'octave, mais leurs ragas (tonalités) n'utilisent pas plus de 7 ou 8 à la fois.

2) Les prestigieux, dérivés de tempéraments justes, qu'on peut alors tempérer ou égaliser : 19, 31 et 43. Le chapitre suivant leur est consacré.

3) Les simplets, qui consistent en une division banale de l'octave par n'importe quel nombre entier, de 5 à 50 et même plus, et qui ne méritent pas qu'on leur consacre plus d'une phrase.

Fibonacci Leonardo, dit Léonard de Pise, né à Pise vers 1175, est l'auteur du livre ***Liber abaci***. Il a introduit en Europe les chiffres arabes et l'algèbre et il est considéré comme le plus grand mathématicien du Moyen Âge. La série de Fibonacci (ou série d'or ou section d'or) est une suite de nombres entiers où chaque terme est égal à la somme des deux précédents : 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, etc. On lui a trouvé une forme légèrement différente qui a été mise à profit pour justifier les nombres 5, 7, 12, 19, 31, 50, 81, etc., dont certains ont donné lieu à des divisions de l'octave. On n'y retrouve ni 43 ni 53. Faire le lien entre la série de Fibonacci et la division de l'octave relève de la pure fantaisie.

	Pythagore		Mésotonique		Werckmeister III		Rameau		Young		Égal	
Do	1,0000	0,00	1,0000	0,00	1,0000	0,00	1,0000	0,00	1,0000	0,00	1,0000	0,00
Do#	1,0679	113,73	1,0449	76,04	1,0535	90,23	1,0514	86,77	1,0560	94,33	1,0594	100,00
Ré	1,1250	203,91	1,1181	193,26	1,1174	192,17	1,1181	193,26	1,1200	196,20	1,1224	200,00
Mib	1,1852	294,16	1,1963	310,29	1,1852	294,16	1,1791	285,22	1,1880	298,24	1,1892	300,00
Mi	1,2656	407,78	1,2500	386,31	1,2528	390,19	1,2500	386,31	1,2540	391,84	1,2599	400,00
Fa	1,3333	498,00	1,3375	503,44	1,3334	498,13	1,3375	503,44	1,3350	500,21	1,3348	500,00
Fa#	1,4238	611,69	1,3976	579,54	1,4047	588,31	1,4019	584,86	1,4080	592,37	1,4142	600,00
Sol	1,5000	701,95	1,4954	696,64	1,4950	696,17	1,4954	696,64	1,4960	697,33	1,4983	700,00
Sol#	1,6018	815,63	1,5625	772,62	1,5803	792,24	1,5771	788,73	1,5840	796,28	1,5874	800,00
La	1,6875	905,86	1,6719	889,78	1,6705	888,33	1,6719	889,78	1,6760	894,02	1,6818	900,00
Sib	1,7778	996,08	1,7889	1006,88	1,7778	996,11	1,7759	994,26	1,7820	1000,19	1,7818	1000,00
Si	1,8984	1109,74	1,8692	1082,90	1,8793	1092,23	1,8692	1082,90	1,8790	1091,95	1,8877	1100,00
Do	2,0000	1200,00	2,0000	1200,00	2,0000	1200,00	2,0000	1200,00	2,0000	1200,00	2,0000	1200,00

	Pythagor	Mésoton	Werck III	Rameau	Young	Égal
Do	260,74	263,18	263,40	263,18	262,53	261,63
Do#	278,44	275,00	277,50	276,71	277,23	277,18
Ré	293,33	294,25	294,33	294,25	294,03	293,66
Mib	309,03	314,84	312,18	310,31	311,89	311,13
Mi	330,00	328,98	330,00	328,98	329,21	329,63
Fa	347,65	352,00	351,21	352,00	350,48	349,23
Fa#	371,25	367,81	369,99	368,95	369,64	369,99
Sol	391,11	393,55	393,77	393,55	392,74	392,00
Sol#	417,66	411,22	416,24	415,07	415,85	415,31
La	440,00	440,00	440,00	440,00	440,00	440,00
Sib	463,54	470,79	468,27	467,39	467,83	466,16
Si	495,00	491,93	495,00	491,93	493,29	493,88
Do	521,48	526,36	526,81	526,36	525,06	523,25

Évolution progressive du Tempérament Mésotonique ¼ (1523) vers le Tempérament Égal (environ 1850), en rapports d'intervalles et cents (page précédente) et en fréquences pour un diapason La3 de 440 Hz (ci-dessus).

Remarquez les 3 éléments suivants :

a) l'altération passe de 76 à 100 cents,
b) la tierce passe de 5/4=1,25 à 1,26 (un écart de 13,7 cents)
c) la touche noire est bien un Sol# et non un Lab, il suffit de la comparer aux touches blanches voisines.